

Contrôle continu de logique L1 - Semestre 1

21 Novembre 2012

Tous les documents sont autorisés.

Feuille imprimée *recto&verso*.

1 Traduction et validité (4 pts)

Traduisez le raisonnement suivant dans le langage du calcul propositionnel et évaluez-le (faites-en la table de vérité).¹ S'agit-il d'un raisonnement valide ?

Si les actions humaines sont prévisibles, alors l'homme n'est pas libre et si les actions humaines sont aléatoires, alors l'homme n'est pas libre. Conclusion, si l'homme est libre, les actions humaines ne sont pas prévisibles et les actions humaines ne sont pas aléatoires.

2 Table de vérité (4 pts)

Faire la table de vérité de la formule suivante ; que pouvez-vous en dire ?

$$[(\neg p \wedge q) \rightarrow (q \rightarrow r)] \rightarrow \{q \rightarrow [(\neg p \wedge q) \rightarrow r]\}$$

3 Langage-objet et méta-langage (2 pts)

Les formules suivantes sont-elles des formules du langage-objet ou du méta-langage ? Justifiez vos réponses.

1. $[p \rightarrow (q \vee r)]$
2. La formule « $[(p \wedge q) \rightarrow p]$ » est tautologique.
3. $(p \wedge q) \rightarrow [p \rightarrow q \rightarrow r]$
4. $(\phi \rightarrow \psi) \rightarrow (\neg\psi \rightarrow \neg\phi)$
5. $[(p \wedge q \wedge r) \rightarrow (p \vee q \vee r)]$
6. « $(p \wedge q)$ » est logiquement équivalent à « $\neg(\neg p \vee \neg q)$ ».

1. Ce raisonnement est librement inspiré d'une discussion de John Dupré de la notion de *Freedom of the Will* dans *Human Nature and the Limits of Science*, Oxford University Press, 2001, ch. 7.

4 Commutativité et associativité (4 pts)

1. Le connecteur « \downarrow » est-il commutatif? Est-il associatif? Justifiez vos réponses.
2. Le connecteur « \uparrow » est-il commutatif? Est-il associatif? Justifiez vos réponses.²

5 Vérité et validité (2 pts)

Vous expliquerez en quelques lignes la différence entre la notion de vérité et la notion de validité.

6 Équivalences logiques (4 pts)

6.1 (2 pts)

En utilisant le signe ϕ comme une méta-variable (pouvant tenir lieu de n'importe quelle formule bien formée), le signe \top pour la tautologie, le signe \perp pour la contradiction et le signe \equiv pour l'équivalence logique, répondez aux questions suivantes :

1. $(\phi \wedge \perp) \equiv _ _ ?$
2. $(\phi \vee \perp) \equiv _ _ ?$
3. $(\phi \rightarrow \top) \equiv _ _ ?$
4. $(\top \rightarrow \phi) \equiv _ _ ?$

6.2 (2 pts)

Écrire les formules suivantes en termes de \neg et de \wedge (détaillez et justifiez vos réponses) :

1. $(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow r)$
2. $(p \leftrightarrow q)$

2. Rappel : On dit d'une opération \odot qu'elle est *commutative* dans un ensemble E quand pour tout x et pour tout y appartenant à E, $x \odot y = y \odot x$. On dit d'une opération \odot qu'elle est *associative* dans un ensemble E quand pour tout x, pour tout y et pour tout z appartenant à E : $[x \odot (y \odot z)] = [(x \odot y) \odot z]$