

CHAPITRE XVI

DES DESCRIPTIONS

Dans le précédent chapitre nous nous sommes occupés des mots *tout* et *quelques*; dans ce chapitre nous envisagerons le mot *le* au singulier et dans le suivant le mot *les* au pluriel. Il peut paraître excessif de consacrer deux chapitres à un mot (1); mais, pour le mathématicien philosophe, ce mot a une importance capitale. Comme le grammairien de Browning pour l'enclitique *de*, je donnerais la doctrine de ce mot, non pas seulement si j'étais en prison, mais même *si j'étais mort depuis la ceinture jusqu'en bas*.

Nous avons déjà eu l'occasion de parler des « fonctions descriptives » pour des expressions telles que « le père de x », ou « le Sinus de x », qui seront définies dès que nous aurons défini les descriptions.

Une *description* peut être de deux sortes : définie ou indéfinie (alors douteuse). Une description indéfinie est une phrase de la forme « un tel » et la description définie est une phrase de la forme « le tel ». Parlons d'abord de la première.

« Qui avez-vous rencontré ? » « J'ai rencontré un homme ». Cette description est tout à fait indéfinie. Avec notre terminologie, nous suivons l'usage. Notre question est : qu'est-ce que j'affirme réellement en disant :

(1) Ce mot est l'article qui, en anglais, n'a qu'une forme *the* pour le singulier et le pluriel. (Note du traducteur.)

« J'ai rencontré un homme ? » Admettons, pour le moment, que mon assertion soit vraie et que j'aie rencontré Jones. Il est clair que ce que j'affirme n'est pas que j'ai rencontré Jones. Je puis dire : « J'ai rencontré un homme, mais ce n'était pas Jones » ; dans ce cas, bien que je mente, je ne me contredis pas moi-même, comme je le ferais si, en disant que j'ai rencontré un homme, je voulais dire que j'ai rencontré Jones. Il est clair aussi que la personne à qui je parle peut comprendre ce que je dis, même si elle est étrangère et n'a jamais entendu parler de Jones.

Nous pouvons aller plus loin. Mon affirmation ne vise ni Jones ni aucun homme caractérisé. Cela devient évident quand l'affirmation est fausse, puisqu'il n'y a pas plus de raisons pour mettre Jones en cause qu'il n'y en a pour aucun autre homme. Cette assertion resterait expressive même si elle n'était pas vraie, et même s'il n'existait pas d'homme. « J'ai rencontré une licorne » ou « j'ai rencontré un serpent de mer » sont des assertions expressives si nous savons ce que pourraient être des licornes ou des serpents de mer, c'est-à-dire si nous connaissons la définition de ces monstres fabuleux. Ce n'est donc que ce que nous pouvons appeler le « concept » qui entre dans la proposition. Dans le cas de la « licorne », par exemple, il n'y a qu'un concept. Il n'y a pas non plus, quelque part, parmi les ombres, quelque chose d'irréel méritant le nom de licorne. Conséquemment, puisqu'il y a un sens (bien que faux), quand on dit « j'ai rencontré une licorne », il est clair que cette proposition, correctement analysée, n'a pas comme constituant une licorne, mais le concept d'une licorne.

La question de matérialité que nous rencontrons ici est de grande importance. Trompés par la grammaire, la grande majorité des logiciens qui ont traité cette question ont fait fausse route. Ils ont regardé la forme grammaticale, en analyse, comme un guide plus sûr qu'elle ne l'est réellement, et ils n'ont pas vu quelles différences étaient importantes dans les formes grammaticales. « J'ai rencontré Jones » et « j'ai rencontré un homme » comptent, au

point de vue classique, comme propositions de même forme; en fait, elles sont très différentes. La première nomme une personne précise, Jones; la seconde implique une fonction propositionnelle et devient, si on la rend explicite: — la fonction « j'ai rencontré x et x est humain » est quelquefois vraie. — (Rappelons-nous que nous avons convenu d'employer « quelquefois » comme n'impliquant pas plus que « une fois »). Cette proposition n'est évidemment pas de la forme « j'ai rencontré x » qui explique l'existence de la proposition « j'ai rencontré une licorne », malgré le fait qu'il n'existe pas de licorne.

Ne connaissant pas l'appareil des fonctions propositionnelles, beaucoup de logiciens ont été amenés à la conclusion qu'elles n'ont pas d'existence réelle. Meinong (1) a prétendu que nous pouvons parler de la « montagne d'or », du « carré rond », etc., et que nous pouvons rendre vraies des propositions dont ces termes sont les sujets; elles doivent donc avoir une sorte d'existence logique puisque, autrement, les propositions dans lesquelles elles entrent n'auraient pas de sens. Dans ces théories, il me semble qu'il y a absence de ce sentiment de la réalité que l'on doit toujours conserver, même dans les études les plus abstraites. Je maintiens que la logique ne peut pas plus admettre la licorne que ne le fait la zoologie, car la logique est en rapport avec le monde réel tout autant que la zoologie, malgré son caractère plus abstrait et plus général. Dire que les licornes existent dans le blason, ou en littérature, ou en imagination, est une défaite piteuse et mesquine. Ce qui existe dans le blason n'est pas un animal, fait de chair et d'os, se mouvant et respirant suivant sa volonté. Ce qui existe alors est une peinture ou une description à l'aide de mots. De même, soutenir que Hamlet, par exemple, existe dans son propre monde, celui de l'imagination de Shakespeare, aussi réellement que Napoléon a existé dans le monde ordinaire, constitue une con-

(1) *Untersuchungen zur Gegenstandstheorie und Psychologie*, 1904.

fusion voulue délibérément, une confusion portée au delà de la limite du croyable. Il n'y a qu'un monde, le « monde réel ». L'imagination de Shakespeare en est une partie et les pensées qu'il a eues en écrivant *Hamlet* sont des réalités. De même sont les pensées qui nous viennent quand nous lisons la pièce. Mais c'est la véritable essence de la fiction que la réalité n'appartient qu'aux pensées, aux sentiments de Shakespeare et de ses lecteurs, tandis que, en dehors de cela, il n'y a point un Hamlet objectif. Lorsqu'on tient compte de tous les sentiments éveillés par Napoléon, chez les historiens et leurs lecteurs, on ne touche pas l'homme lui-même, tandis que dans le cas de Hamlet vous le saisissez entièrement. Si personne n'avait pensé à Hamlet, il n'existerait rien de lui; si personne n'avait pensé à Napoléon, on aurait bien vu ce que quelqu'un avait fait. Le sens de la réalité est vital en logique et quiconque s'amuse avec lui, en prétendant que Hamlet a une espèce de réalité, rend un mauvais service à la pensée. Le sens robuste de la réalité est très nécessaire pour établir une analyse correcte des propositions qui touchent aux licornes, aux montagnes d'or, aux carrés ronds, et à tant d'autres pseudo-objets.

Pour obéir au sentiment de la réalité, nous insisterons sur le fait que, dans l'analyse des propositions, rien d'irréel ne doit être admis. Mais, après tout, demandera-t-on, s'il n'y a rien d'irréel, comment pourrions-nous admettre quelque chose d'irréel? La réponse est que, en traitant de pareilles propositions, nous nous occupons d'abord des symboles et que, si nous attribuons une signification aux groupes de symboles qui n'en ont pas par eux-mêmes, nous nous exposons au danger d'admettre des choses irréelles, dans le seul sens admissible, c'est-à-dire comme objets décrits. Dans la proposition « j'ai rencontré une licorne », les cinq mots pris ensemble ont une signification et le mot « licorne » a par lui-même un sens, exactement comme le mot « homme » en a un. Mais les deux mots « une licorne » ne forment pas un groupe

subordonné ayant une signification par lui-même.

Si donc nous attribuons faussement un sens à ces deux mots, nous nous trouvons chargés d'une licorne et du problème de savoir ce que peut bien être une pareille bête dans un monde où il n'y a pas de licornes. « Une licorne » est une description indéfinie qui ne définit rien du tout. Ce n'est point une description indéfinie touchant quelque chose d'irréel. Une proposition telle que « x est irréel » n'a de sens que lorsque « x » est une description définie ou indéfinie ; dans ce cas, la proposition sera vraie même si « x » est une description qui ne décrit rien. Mais, que la description « x » décrive quelque chose ou ne décrive rien, dans aucun cas ce n'est un constituant de la proposition dans laquelle elle se présente ; ainsi « une licorne » n'est pas un groupe subordonné ayant un sens par lui-même. Tout cela résulte du fait que, si « x » est une description, les propositions « x est irréel », ou « x n'existe pas » ne sont pas dénuées de sens ; elles ont toujours une signification et sont quelquefois vraies.

Nous pouvons maintenant établir, d'une façon générale, le sens des propositions contenant des descriptions analogues. Supposons que nous désirions produire une affirmation concernant « un tel » quand tous les « (un-tel) », sont des objets possédant une certaine propriété φ ; c'est-à-dire quand il s'agit d'objets x pour lesquels la fonction $\varphi(x)$ est vraie. (Exemple : prenons « un homme » comme représentation de notre « un tel ». La fonction $\varphi(x)$ sera « x est humain »). Maintenant affirmons la propriété ψ de « un tel » ; c'est-à-dire assurons qu'« un tel » a la propriété que possède x , quand $\psi(x)$ est vrai. (Par exemple, dans le cas de « j'ai rencontré un homme », $\psi(x)$ sera « j'ai rencontré x »). La proposition que « un tel » a la propriété ψ n'est pas de la forme $\psi(x)$. Si cela était, « un tel » devrait être identique à x pour une valeur convenable de x ; et bien que cela puisse être relativement vrai dans quelques cas, ce n'est certainement pas vrai dans des cas tels que celui de la licorne. C'est précisément parce que

l'affirmation qu'un tel a la propriété x ne se présente pas sous la forme $\psi(x)$ qu'il devient possible pour « un tel » de devenir *irréel* dans un certain sens clairement définissable. Voici la définition :

L'affirmation que « un objet, ayant la propriété φ possède la propriété ψ » veut dire « la double condition de φ et ψ n'est pas toujours fausse ».

Dans le domaine de la logique, cette proposition peut être exprimée comme suit : « quelques-uns des φ sont des ψ » ; mais au point de vue de la rhétorique, il y a une différence parce que, dans un cas, on suggère le singulier, et, dans l'autre cas, le pluriel. Pourtant ce n'est pas là le point important. Lorsqu'on examine soigneusement le problème, on voit que les propositions verbales concernant « un tel » ne renferment, dans la phrase, aucun constituant. Cela fait que de semblables propositions peuvent présenter une signification même lorsqu'« un tel » est dénué d'existence.

La définition d'*existence*, appliquée aux descriptions douteuses, résulte de ce qui a été dit à la fin du chapitre précédent. Nous dirons « les hommes existent » ou « un homme existe », si la fonction propositionnelle « x est humain » est quelquefois vraie ; généralement « un tel » existe si « x est un tel » est quelquefois vrai. Nous pouvons formuler ceci d'une autre façon. La proposition « Socrate est un homme » est, il n'y a pas de doute, équivalente à « Socrate est humain », mais ce n'est pas tout à fait la même proposition. Le *est*, dans « Socrate est humain », lie le sujet à l'attribut ; le *est* de « Socrate est un homme » exprime l'identité. Il est triste pour l'humanité qu'on ait fait choix du même mot « est » pour exprimer deux idées si différentes ; à ce mal le langage symbolique apporte un remède. L'identité dans « Socrate est un homme » est une identité entre un objet nommé (acceptant « Socrate » comme un nom, sujet à des qualifications plus loin expliquées) et un objet vaguement décrit. Un objet vaguement décrit existera lorsqu'au moins une de

nos propositions sera vraie, c'est-à-dire lorsqu'il y aura au moins une proposition vraie de la forme « x est un tel » dans laquelle x est un nom. La caractéristique des descriptions ambiguës (par opposition aux descriptions définies) est qu'il peut exister un nombre quelconque de propositions de cette forme : Socrate est un homme, Platon est un homme, etc. Donc « un homme existe », cela est évident pour Socrate, pour Platon ou pour tout autre. D'un autre côté, avec les descriptions définies, la forme correspondante de la proposition « x est un tel » (où « x » est un nom) ne peut être vraie que pour une valeur de x au plus. Ceci nous amène aux descriptions définies qui peuvent être caractérisées d'une manière analogue à celle que nous avons employée pour les descriptions ambiguës, mais avec un peu plus de complication.

Nous en arrivons à l'objet principal du présent chapitre, la définition du mot *le* (l'article au singulier). Un point très important de la définition de « un tel » se retrouve également dans celle de « *le tel* ». Notre définition doit être celle des propositions, dans lesquelles cette phrase se présente, et non pas celle de la phrase elle-même, prise isolément. Dans le cas de « un tel », cela est assez clair : personne ne supposerait que « un homme » est un objet défini, pouvant se caractériser de lui-même. Socrate est un homme, Platon est un homme, Aristote est un homme ; mais nous ne pouvons pas en déduire que « un homme » représente le même que celui qui est représenté par Socrate, par Platon ou par Aristote puisque ces trois noms ont des significations différentes. Néanmoins, après avoir énuméré tous les hommes au monde, il ne reste rien dont nous puissions dire « ceci est *un homme* et non seulement un homme, mais « l'homme », l'entité quintessentielle qui est juste un homme indéfini sans représenter quelqu'un en particulier ». Il est clair que tout ce qui est dans le monde est défini ; s'il s'agit d'un homme, il s'agit d'un homme défini et pas d'un autre. Donc on ne peut trouver au monde une entité « homme » par opposition à un homme spécifié.

Il est donc naturel que nous ne puissions définir « un homme » en soi-même, mais seulement les propositions dans lesquelles ce terme se présente.

Dans le cas de « *le tel* » cela est également vrai, bien que, à première vue, ce ne soit pas aussi évident. Nous pouvons démontrer qu'il en est ainsi en examinant la différence entre un *nom* et une *description définie*. Prenons la proposition : « Scott est l'auteur de *Waverley* ». Nous avons ici un nom « Scott » et une description « l'auteur de *Waverley* » qui s'appliquent à la même personne. La distinction entre un nom et les autres symboles peut être déterminée comme il suit :

Un nom est un symbole simple, signifiant quelque chose qui ne peut se présenter que comme sujet, quelque chose du genre que, au chapitre XIII, nous avons défini comme un « individu » ou un « particulier ». Un symbole simple est tel qu'aucune de ses parties ne peut être symbole. Ainsi « Scott » est un symbole simple, parce que, bien qu'il soit composé de parties (des lettres séparées), ces parties ne sont pas des symboles. D'un autre côté, « l'auteur de *Waverley* » n'est pas un symbole simple parce que les mots de la phrase sont eux-mêmes des symboles. Si, comme cela peut arriver, tout ce qui *paraît* être un « individu » est réellement susceptible d'être analysé plus complètement, il faudra nous contenter de ce que nous pouvons appeler des « individus relatifs » ; ce seront des termes qui, dans tout le contexte de la question, ne seront jamais analysés et ne se présenteront pas autrement que comme sujets. Dans ce cas, nous devrons d'une manière correspondante nous contenter de « noms relatifs ». Au point de vue de notre problème présent (la définition des descriptions), nous pouvons laisser de côté la distinction entre les noms absolus et les noms relatifs, puisqu'il s'agit là de différents degrés dans la hiérarchie des « types » au lieu que nous avons à comparer des couples tels que « Scott » et « l'auteur de *Waverley* » termes qui, tous deux, s'appliquent au même objet et ne

soulèvent pas le problème des « types ». Nous pouvons donc, pour le moment, traiter les noms comme s'ils pouvaient être absolus : rien de ce que nous allons dire ne reposera sur une pareille supposition, mais l'énoncé pourra en être un peu raccourci.

Nous avons deux choses à comparer : 1° *un nom*, symbole simple, désignant nettement un individu, qui est sa signification, et portant ce sens en soi indépendamment du sens de tous les autres mots ; 2° *une description* qui consiste en plusieurs mots, dont le sens est déjà fixé, d'où résulte ce qui doit être considéré comme la « signification » de la description.

Une proposition contenant une description n'est pas identique avec ce qu'elle devient quand un nom y entre par substitution, même si le nom désigne le même objet que désigne la description. « Scott est l'auteur de *Waverley* » est évidemment une proposition différente de « Scott est Scott » : la première énonce un fait de l'histoire littéraire, la seconde n'est qu'un truisme trivial. Si nous remplaçons « l'auteur de *Waverley* » par un nom quelconque, notre proposition devient fausse et elle ne serait plus la même proposition. Mais, dira-t-on, notre proposition est essentiellement de même forme que, par exemple, « Scott est Sir Walter » dans laquelle les deux noms s'appliquent bien à la même personne (1). La réponse est la suivante : si « Scott est sir Walter » veut dire réellement « la personne nommée *Scott* est la personne nommée *Sir Walter* », alors les noms sont employés comme descriptifs, c'est-à-dire que l'individu, au lieu d'être nommé, est décrit comme la personne portant ce nom. Dans la pratique, les noms sont souvent employés de cette façon, et, en règle générale, il n'y a rien, dans la phraséologie, qui indique s'ils sont pris comme *noms* ou dans ce sens descriptif. Quand un nom est employé directement, pour indiquer

(1) Bien que le nom de *Walter Scott* soit populaire en France, nous rappelons que de l'autre côté de la Manche l'auteur de *Waverley* est désigné sous le nom de *Sir Walter Scott*. (Note du traducteur.)

simplement l'objet dont nous parlons, il ne fait point partie du *fait* affirmé ou de la fausseté de l'assertion si nous tombons dans l'erreur : c'est uniquement une partie du symbolisme au moyen duquel nous exprimons notre pensée. Ce que nous voulons faire entendre pourrait (par exemple) être traduit dans une langue étrangère ; c'est une chose pour laquelle les mots actuels constituent un véhicule mais dont ils ne font pas partie. D'un autre côté, quand nous formons une proposition à propos de la « personne nommée Scott », le nom actuel « Scott » entre dans ce que nous assurons et pas seulement dans la phrase à l'aide de laquelle nous nous exprimons. Notre proposition deviendra différente si nous la présentons ainsi après substitution : « la personne appelée Sir Walter ». Mais tant que nous employons les noms *comme noms*, que nous disions « Scott » ou « Sir Walter » est aussi peu important pour ce que nous voulons dire que si nous nous exprimions en anglais ou en français. Donc tant que les noms sont employés *comme noms*, « Scott est Sir Walter » est la même proposition triviale que « Scott est Scott ». Ceci achève de prouver que « Scott est l'auteur de *Waverley* » diffère de la proposition que l'on obtient en remplaçant « l'auteur de *Waverley* » par un nom quel que soit le nom substitué.

Si nous employons une variable et si nous parlons d'une fonction propositionnelle — soit $\varphi(x)$ — la méthode, qui consiste à appliquer à des cas particuliers des assertions générales touchant x , reviendra à substituer un nom à la lettre x en admettant que φ soit une fonction qui a des individus pour arguments. Supposons, par exemple, que $\varphi(x)$ soit « toujours vraie » ; et disons qu'il s'agit de la « loi d'identité » $x = x$. Alors nous pouvons remplacer « x » par n'importe quel nom et notre proposition sera toujours vraie. Admettons pour le moment que « Socrate », « Platon », et « Aristote » soient des noms (affirmation imprudente) ; nous pouvons inférer de là que Socrate est Socrate, que Platon est Platon et qu'Aristote est Aristote.

Mais nous commettrions une erreur si nous voulions inférer, sans autres prémisses, que l'auteur de *Waverley* est l'auteur de *Waverley*. Cela résulte de ce que nous venons de prouver; si nous substituons un nom à « auteur de *Waverley* » dans une proposition, nous obtenons une proposition différente. Donc en appliquant ce résultat au cas présent : si « x » est un nom, « $x = x$ » n'est pas la même proposition que « l'auteur de *Waverley* est l'auteur de *Waverley* » quel que soit le nom que désigne x . Donc du fait que toutes les propositions de la forme « $x = x$ » sont vraies, nous ne pouvons pas inférer, sans plus de façons, que l'auteur de *Waverley* est l'auteur de *Waverley*. En fait, les propositions de forme « le tel est le tel » ne sont pas toujours vraies. Il est nécessaire que « le tel » existe (terme que nous allons expliquer bientôt). Il est faux que le présent roi de France soit le présent roi de France, ou que le carré rond soit le carré rond. Quand nous substituons une description à un nom, les fonctions propositionnelles, qui sont « toujours vraies », peuvent devenir fausses, si la description ne décrit rien. Il n'y a aucun mystère en cela, dès que nous reconnaissons (ce qui a été prouvé dans le paragraphe précédent) qu'en substituant une description le résultat n'est pas une valeur de la fonction proportionnelle en question.

Nous pouvons maintenant définir des propositions qui renferment des descriptions définies. La seule chose qui distingue le « le tel » du « un tel » est l'implication d'unité. Nous ne pouvons parler de « l'habitant de Londres » parce que habiter Londres est un caractère qui n'est pas unique. Nous ne pouvons pas parler du « présent roi de France » parce qu'il n'y en a pas; mais nous pouvons parler du « présent roi d'Angleterre ». Donc les propositions qui visent « le tel » impliquent les propositions correspondantes visant « un tel » sous la réserve qu'il n'y ait pas plus d'un seul tel. Une proposition telle que « Scott est l'auteur de *Waverley* » ne pourrait être vraie si *Waverley* n'avait jamais été écrit, ou si plusieurs personnes l'avaient

écrit; il n'y aurait pas plus de vérité dans toute autre proposition résultant d'une fonction propositionnelle dans laquelle « l'auteur de *Waverley* » aurait été substitué à « x ». Nous pouvons remarquer que « l'auteur de *Waverley* » veut dire « la valeur de x pour laquelle la proposition x a écrit *Waverley* est vraie ». La proposition « l'auteur de *Waverley* était écossais », par exemple, entraîne;

- 1° « x écrivit *Waverley* » n'est pas toujours fausse;
- 2° « Si x et y ont écrit *Waverley*, x et y sont identiques », proposition toujours vraie;
- 3° « Si x a écrit *Waverley*, x était Écossais »; proposition toujours vraie.

Ces trois propositions traduites en langage ordinaire établissent que :

- 1° Au moins une personne écrivit *Waverley*;
- 2° Au plus une personne écrivit *Waverley*;
- 3° Qui que ce fût qui écrivit *Waverley* était Écossais.

Ces trois propositions sont impliquées dans « l'auteur de *Waverley* était Écossais ». Réciproquement, ces trois propositions prises ensemble (mais pas deux d'entre elles) impliquent que l'auteur de *Waverley* était Écossais. Par conséquent, l'ensemble de ces trois propositions définira ce que veut dire la proposition « l'auteur de *Waverley* était Écossais ».

Nous pouvons simplifier quelque peu ces trois propositions. La première et la seconde prises ensemble sont équivalentes à : « Il y a un terme c tel que x écrivit *Waverley* est vraie quand x est égal à c et fausse quand x diffère de c ». En d'autres mots : « Il y a un terme c tel que x écrivit *Waverley* est toujours équivalent à x est c ». (Deux propositions sont équivalentes quand elles sont à la fois toutes deux vraies ou toutes deux fausses.) Tout d'abord nous avons ici deux fonctions de x : « x écrivit *Waverley* » et « x est c »; avec c nous formons une fonction en considérant l'équivalence de ces deux fonctions de x pour toutes les valeurs de x ; ensuite nous assurons que la fonction résultante de c est « quelquefois vraie », c'est-à-dire qu'elle est vraie

au moins pour une valeur de c . (Elle ne peut évidemment pas être vraie pour plus d'une valeur de c .) L'ensemble de ces deux conditions est déterminé comme donnant le sens de « l'auteur de *Waverley* existe. »

Nous définirons maintenant la proposition : « le terme satisfaisant à la fonction $\varphi(x)$ existe. » Ici nous avons la forme générale dont ce qui précède est un cas particulier. « L'auteur de *Waverley* » veut dire « le terme satisfaisant à la fonction x écrivit *Waverley*. » Par suite « le tel » impliquera toujours une référence à quelque fonction propositionnelle, celle qui définit la propriété qui transforme une chose en « un tel ». Voici notre définition :

« Le terme satisfaisant la fonction $\varphi(x)$ existe » veut dire :

« Il y a un terme c tel que $\varphi(x)$ est toujours équivalent à x est c . »

Pour déterminer la proposition : « l'auteur de *Waverley* était Écossais », nous avons encore à tenir compte de la troisième de nos propositions : « Qui que ce fût qui écrivit *Waverley* était Écossais. » Celle-ci sera satisfaite en ajoutant simplement que le c en question doit être Écossais. Donc « l'auteur de *Waverley* était Écossais » équivaut à :

« Il y a un terme c tel que 1° x écrivit *Waverley* est toujours équivalent à x est c ; 2° c est Écossais. »

Et d'une façon générale : « le terme qui satisfait à $\varphi(x)$ satisfait à $\psi(x)$ » veut dire :

« Il y a un terme c tel que 1° $\varphi(x)$ est toujours équivalent à x est c ; 2° $\psi(c)$ est vrai. »

Telle est la définition des propositions dans lesquelles on rencontre des descriptions.

Il est possible qu'on ait une connaissance étendue du terme décrit, c'est-à-dire que l'on possède beaucoup de propositions concernant « le tel » sans que l'on sache encore ce qu'il est, ou sans que l'on ait une proposition de forme « x est le tel », x étant un nom. Dans les romans policiers, on accumule des propositions relatives à « l'homme

qui a accompli l'acte » dans l'espoir que finalement elles suffiront pour démontrer que c'est A qui a accompli l'acte. Nous pouvons même aller jusqu'à dire que, dans toute connaissance acquise pouvant être exprimée à l'aide de mots, — à l'exception de *ceci*, de *cela* et de quelques autres termes dont la signification varie suivant les circonstances, — les noms ne se présentent pas avec leur sens strict, mais ce qui apparaît comme un nom est réellement une description. Nous pouvons demander sans absurdité si Homère a existé, ce que nous ne pourrions pas faire si Homère était un nom. La proposition « le tel existe » a un sens, qu'elle soit vraie ou fausse ; mais si a est « le tel » (a étant un nom) la phrase « a existe » n'a pas de sens. On ne peut affirmer d'une façon précise que l'existence des descriptions, définies ou indéfinies ; car, si « a » est un nom, il faut qu'il nomme quelque chose ; (ce qui ne désigne pas quelque chose n'est pas un nom) et si cela doit représenter un nom, ce n'est qu'un symbole dépourvu de sens. Une description telle que « le présent roi de France » ne peut être dite sans signification sous le prétexte qu'elle ne décrit rien, car elle est un symbole complexe qui prend un sens d'après celui des symboles qui la constituent. Aussi, lorsque nous demandons si Homère a existé, nous employons le mot « Homère » comme une description abrégée ; nous pouvons le remplacer par « l'auteur de l'*Iliade* et de l'*Odyssée* ». Les mêmes considérations sont valables dans presque tous les emplois faits de ce qui ressemble à des noms propres.

Quand des descriptions se présentent dans les propositions, il convient de distinguer entre celles que l'on peut appeler de « première » ou de « seconde » occurrence. Nous indiquerons sur quoi est basée cette distinction abstraite. Une description est de « première » occurrence, lorsque la proposition où elle se trouve est obtenue en substituant une description à x dans quelque fonction propositionnelle $\varphi(x)$; une description est de seconde occurrence, lorsque la substitution de la description à x dans

$\varphi(x)$ ne permet d'obtenir comme résultat qu'une partie de la proposition en question. Un exemple éclaircira cela. Disons : « le roi actuel de France est chauve. » Ici « le roi de France » est de première occurrence et la proposition est fausse. Toute proposition, dans laquelle une description de première occurrence ne décrit rien, est fausse. Disons maintenant : « Le roi actuel de France n'est pas chauve. » Ceci est ambigu. Si nous prenons d'abord « x est chauve », si nous remplaçons x par « le roi actuel de France » et si ensuite nous nions le résultat obtenu, l'occurrence de « le roi actuel de France » devient de deuxième ordre et notre proposition est vraie. Mais si nous parlons de « x n'est pas chauve » et si nous remplaçons x par « le roi actuel de France », ce dernier terme est de première occurrence et notre proposition est fausse. La confusion des occurrences premières et secondes est une source d'erreurs faciles partout où se trouvent des descriptions.

En mathématiques les descriptions se présentent principalement sous forme de *fonctions descriptives* telles que « le terme qui a la relation R avec y » ou « le R de y » comme nous pouvons dire par analogie avec « le père de y » et avec des phrases du même ordre. Par exemple, dire : « le père de y est riche », c'est dire que la fonction propositionnelle de c : « c est riche et — x engendra y — sont toujours équivalentes à x est c » est vraie quelquefois, au moins pour une valeur de c . Il est évident que c ne peut avoir qu'une valeur.

La théorie des descriptions, rapidement esquissée dans le présent chapitre, est d'extrême importance en logique et dans la théorie de la connaissance. Pour les recherches mathématiques, les parties les plus philosophiques de la théorie ne sont pas essentielles : aussi nous les avons passées sous silence dans ce qui précède ; nous avons limité notre exposé aux exigences mathématiques les plus simples.

CHAPITRE XVII

DES CLASSES

Dans le présent chapitre nous allons nous occuper de l'article au pluriel : les habitants de Londres, les fils des hommes riches, etc. En d'autres termes, nous allons traiter des *classes*. Nous avons vu au chapitre II, qu'un nombre cardinal se définit comme classe de classes, et au chapitre III, que le nombre 1 doit être considéré comme la classe qui comprend toutes les classes d'unité, c'est-à-dire toutes celles qui n'ont qu'un membre, dirions-nous, si ce n'était un cercle vicieux. Naturellement, quand on définit le nombre 1 comme la classe de toutes les classes d'unité, la définition des « classes d'unité » ne doit pas impliquer que nous connaissions ce que veut dire « un ». En fait on les définit d'une manière très voisine de celle que l'on a employée pour les descriptions : Une classe α sera une classe d'unité si la fonction propositionnelle « x est un α » est toujours équivalente à x est c » (regardée comme fonction de c) n'est pas toujours fausse, ou, en langage plus ordinaire, s'il existe un terme c tel que x sera membre de α quand x deviendra c , mais pas autrement. Cela nous définira la classe d'unité si nous savons déjà ce qu'est une classe en général. Jusqu'ici, dans les questions d'arithmétique, nous avons traité la « classe » comme une idée primitive. Mais, pour les raisons exposées au chapitre XIII, sinon pour d'autres, nous ne pouvons pas accepter la « classe » comme idée primitive. Nous devons en cher-