A PARTIR DE L'EXPOSITION « LES DECHIFFREURS »

La question naïve, agaçante et tellement légitime de l'élève au professeur de mathématiques « à quoi ça sert ? ». Réponse très complexe.

L'histoire nous donne des éléments de réponses à une question très proche : pourquoi a-t-on produit des mathématiques ?

On trouve à peu près tout ceci dans les témoignages de l'exposition « Les déchiffreurs ».

1. Pour résoudre des devinettes.

Jean Dieudonné : « C'est un fait universel qu'on observe dans tous les pays et à toutes les époques : il y a une espèce de curiosité innée et naturelle de l'être humain à résoudre des devinettes. Ne cherchez pas plus loin, les neuf dixième des mathématiques, en dehors de celles qui ont été suscitées par des besoins pratiques, sont des résolutions de devinettes »[1].

Les mathématiciens savent qu'une vaste partie de leurs recherches n'ont pas d'autres effets que la démonstration d'une propriété strictement interne. Le théorème de Fermat par exemple.

Descartes disait que, « considérées pour elles-mêmes, c'est une occupation puérile qui sert aux géomètres à occuper leurs loisirs ».

Mais cette dimension répond à une tendance naturelle à la curiosité, parfaitement respectable, voire essentielle à l'esprit humain. (Michel Atiyah, Karen Yeats, Paulo Almeida, Pierre Cartier)

2. Pour atteindre l'entendement divin ou une intelligence parfaite.

Nous avons un entendement fini. Chacun l'accorde. Toutefois, il a été défendu que les mathématiques offrent un lieu ou la compréhension d'une situation semble parfaite. Ainsi, lorsque nous avons compris la démonstration de l'intersection des médiatrices d'un triangle, nous ne voyons pas comment ceci pourrait être plus parfaitement compris. Certes, c'est en soi une petite chose, mais parfaitement atteinte. Nous le comprenons comme Dieu le comprend ont défendu les philosophes croyants ou déistes. Ceci mérite que nous cultivions cette science.

Tel fut le point de vue de Platon, de Descartes, de Galilée, de Cantor peut-être. Il y a des objections : Gassendi par exemple remarquait que nous ne faisions que *balbutier.*

C'est aussi le contraire : elles sont utiles pour prouver à l'homme l'humilité et la faiblesse de son entendement : Port-Royal : l'infini est là et nous ne le comprenons pas.

(Anna Wienhard, Gionanni Landi, Pierre Deligne, laurent Berger)

3. Pour comprendre la création du monde, les fins ultimes. C'est là une des directions principales du platonisme. Dans l'*Epinomis*, Platon proteste contre le nom donné à la *Géométrie*, mesure de la Terre. Ailleurs –dans *La République*, il s'est expliqué : « Par conséquent, si la géométrie oblige à contempler l'essence, elle nous convient ; si elle s'arête au devenir, elle ne nous convient pas » (526e). Si elle nous conduit aux idées abstraites, oui, si elles s'occupent des choses de ce monde, elles ne nous convient pas.

C'est encore Kepler et son illumination dans le *Secret du Monde* avec les 5 polyèdres réguliers et les 5 intervalles interplanétaires. (Wendy Lowen, Michael Berry, Mikhaïl Gromov

[1] Dieudonné, Jean, « Mathématiques vides et mathématiques significatives », in *Penser les mathématiques*, Paris, 1982, Seuil, p.23

4. Pour élaborer « la méthode » de tout savoir véritable. Propédeutique au vrai savoir et à la méthode (Platon, Aristote, Descartes, Pascal, Leibniz…)

Les concepts de la démonstration se forgent et se déploient particulièrement bien en mathématiques : les syllogismes aristotéliciens, l'intuition, la déduction, l'ordre et la mesure chez Descartes, la pensée symbolique chez Leibniz, la méthode « parfaite » approchée en géométrie chez Pascal, les phénomènes dynamiques aujourd'hui etc.

Ce fut l'enjeu d'un immense débat au XVIe siècle, celui de la *certitudo mathematicarum*.

(Yiannis Vlassopoulos, Oscar Lanford, Matilde Marcolli)

5. Pour maîtriser des concepts de philosophie générale : l'infini, la vérité, la continuité, la preuve, la définition etc.

6. Pour penser et tester la logique.

Cette relation des mathématiques et de la logique a culminé lors de la période, dite « crise des fondements », de 1895 à 1930 (environ). De grands et beaux travaux en sont sortis. Si l'on en croit Dieudonné (encore lui), cette exploration n'intéresse pas 95% des mathématiciens qui « s'en moquent éperdument et sont très satisfaits par le système Zermelo-Fraenkel» (id. p. 17).

Quoiqu'il en soit, c'est une des réponses au « pourquoi on a produit des mathématiques ? »

7. Pour interroger et comprendre le monde qui nous entoure.

Très fondamental et ancien débat. Aristote contre Platon-Archimède.

Les mathématiques sont-elles adéquates pour comprendre le monde qui nous entoure ?

Les sciences modernes depuis la révolution scientifique se sont développées sur la base d'une réponse positive à cette question (Galilée, Koyré etc.). Le modèle de la physique semble avoir confirmé avec éclat cette thèse.

Inutile de développer les immenses domaines où la physique s'est construite comme science mathématisée.

Au point qu'un immense va et vient existe entre les théories mathématiques et les théories physiques. Il n'est pas douteux que des branches entières des maths sont nées ou se sont épanouies comme « réponses » à des phénomènes physiques.

Au point qu'il apparaît aux yeux du commun que telle est même la vraie nature des mathématiques, celle de « réaliser » les théories physiques (Bachelard).

Sophie de Buhl, Yvonne Choquet-Bruhat, Alain Connes,

Cinq remarques :

1. Les maths ont une épistémologie particulière : le progrès y est largement cumulatif, le concept de « révolution scientifique » où une théorie nouvelle en réfute une autre n'est pas très valide, la notion d'expérimentation n'est pas ce qu'elle est dans les sciences de la nature.

2. Les mathématiques seraient-elles un langage ?

On peut l'interpréter de deux façons :

Les mathématiques **sont le langage de la nature**, langage que l'homme qui l'étudie devra s'efforcer d'assimiler et de comprendre. Dans cette conception les mathématiques possèdent une « dimension ontologique »

Les mathématiques **sont le langage de l'homme dans lequel devront être traduits les phénomènes de la nature** pour devenir compréhensibles. Heisenberg écrit que pour lui « *les* *formules mathématiques ne représentent plus la nature, mais la connaissance que nous en possédons* ».

On peut d'ailleurs contester que les mathématiques soient un langage : les objets mathématiques ne renvoient pas à un monde d'objets extérieurs à eux- mêmes. Les suites de symbole mathématiques sont faits pour être lus silencieusement et non pas pour être parlés, ce qui élimine la dimension orale de la communication.

Cette idée « galiléenne » ne serait donc qu'une analogie pédagogique non rigoureuse.

(Sylvie Paycha)

3. Les mathématiques se sont-elles toujours développées rationnellement et rigoureusement ? Le grand exemple du calcul infinitésimal : de Fermat-Leibniz à Cauchy-Dedekind).

4. La nature de la relation entre les mathématiques et les sciences auxquelles elles « s'appliquent » : je crois plutôt à l'analogie symbiotique.

5. La question de la puissance de la mathématisation des autres sciences est en question, notamment dans les sciences du vivant. Conception d'Ernst Mayr. (Jürgen Jost, Henry Tuckwell, Alessandra Carbone)