

Contrôle continu de logique L1 n°2 – Semestre 1

Vendredi 5 Décembre 2014

Tous les documents sont autorisés.

Feuille imprimée *recto&verso*.

Toutes les réponses doivent être détaillées.

1 Arbres de vérité (7,5 pts)

Vous déterminerez à l'aide de la méthode des arbres si les formules suivantes sont tautologiques :

1. $[(A \wedge \neg B) \rightarrow C] \rightarrow [\neg C \rightarrow (\neg A \vee B)]$
2. $[(A \rightarrow C) \leftrightarrow \neg(A \wedge \neg C)]$
3. $[(A \wedge B) \wedge C] \rightarrow [A \wedge (B \wedge C)]$

2 Exercices de déduction naturelle (7,5 pts)

2.1 (2,5 pts)

Vous démontrerez que l'on peut dériver $\neg B \rightarrow C$ à partir des prémisses $\neg C \rightarrow \neg A$ et $\neg A \rightarrow B$. Autrement dit, vous construirez une dérivation qui suivra ce patron :

1		$\neg C \rightarrow \neg A$	P
2		$\neg A \rightarrow B$	P
⋮		⋮	
?		$\neg B \rightarrow C$?

2.2 (2,5 pts)

Vous démontrerez que l'on peut dériver la formule $\neg A \leftrightarrow B$ des prémisses suivantes : $\neg(A \wedge B)$ et $(A \vee B)$. Autrement dit, vous construirez une dérivation qui suivra ce patron :

1		$\neg(A \wedge B)$	P
2		$(A \vee B)$	P
⋮		⋮	
?		$B \leftrightarrow \neg A$?

2.3 (2,5 pts)

Vous démontrerez que l'on peut dériver la formule $[(A \wedge B) \rightarrow C] \rightarrow [(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)]$ sans prémisses. Autrement dit, vous construirez une dérivation qui suivra ce patron :

1		?	?
⋮		⋮	
?		$[(A \wedge B) \rightarrow C] \rightarrow [(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)]$?

3 Vérifonctionnalité (2 pts)

Qu'est-ce qu'un connecteur vérifonctionnel ?

4 Forme normale conjonctive (3 pts)

Vous mettrez la formule suivante en *forme normale conjonctive*. Que pouvez-vous en conclure ?

$$[(A \wedge \neg B) \rightarrow C] \rightarrow [\neg C \rightarrow (\neg A \vee B)]$$