

# Contrôle continu de logique L1 n°2 - Semestre 1

Mardi 1<sup>er</sup> Décembre 2015

Tous les documents sont autorisés.

Feuille imprimée *recto & verso*.

Toutes les réponses doivent être *justifiées* et *détaillées*.

## 1 Dédution naturelle (15 pts)

### 1.1 (2 pts)

Vous dériverez la formule  $(A \rightarrow C)$  à partir des prémisses  $(\neg C \rightarrow D)$  et  $(D \rightarrow \neg A)$ . Autrement dit, vous construirez une dérivation qui suivra ce patron :

1		$(\neg C \rightarrow D)$	P
2		$(D \rightarrow \neg A)$	P
⋮		⋮	
?		$(A \rightarrow C)$	?

### 1.2 (2 pts)

Vous dériverez la formule  $\neg(A \wedge \neg B)$  de la prémisse  $[(\neg A \vee B) \wedge \neg B]$ . Autrement dit, vous construirez une dérivation qui suivra ce patron :

1		$[(\neg A \vee B) \wedge \neg B]$	P
⋮		⋮	
?		$\neg(A \wedge \neg B)$	?

### 1.3 (3 pts)

Vous démontrerez que la formule  $[(A \vee B) \wedge (\neg B \vee C)] \rightarrow (A \vee C)$  est une instance de loi logique. Autrement dit, vous construirez une dérivation qui suivra ce patron :

1	?	?
⋮	⋮	
?	$[(A \vee B) \wedge (\neg B \vee C)] \rightarrow (A \vee C)$	?

**1.4 (4 pts)**

Vous démontrerez que la formule  $(A \rightarrow B)$  est logiquement équivalente à  $\neg(A \wedge \neg B)$ . Autrement dit, vous construirez une dérivation qui suivra ce patron :

1	?	?
⋮	⋮	
?	$[(A \rightarrow B) \leftrightarrow \neg(A \wedge \neg B)]$	?

**1.5 (4 pts)**

Vous démontrerez que la formule  $(A \vee B)$  est logiquement équivalente à  $\neg(\neg A \wedge \neg B)$ . Autrement dit, vous construirez une dérivation qui suivra ce patron :

1	?	?
⋮	⋮	
?	$[(A \vee B) \leftrightarrow \neg(\neg A \wedge \neg B)]$	?

**2 Propriétés des connecteurs (3 pts)**

Vous répondrez, à l'aide d'une table de vérité, aux questions suivantes :

1. La disjonction exclusive ( $\mathbf{w}$ )<sup>1</sup> est-elle commutative ?
2. L'équivalence matérielle ( $\leftrightarrow$ )<sup>2</sup> est-elle commutative ?

**3 Vérifonctionnalité (2 pts)**

Qu'est-ce qu'un connecteur vérifonctionnel ?

---

1. Colonne 10 dans le document « Tableau des connecteurs ».  
 2. Colonne 7 dans le document « Tableau des connecteurs ».