

Contrôle continu de logique L1 n°1 - Semestre 2

Lundi 7 Mars 2015

Tous les documents sont autorisés.

Feuille imprimée *recto&verso*.

Toutes les réponses doivent être *justifiées* et *détaillées*.

1 Méthode des arbres

1.1 Vérités logiques ? (7 pts)

Déterminer si chacune des formules suivantes est une vérité logique. Si une formule n'est *pas* une vérité logique, donner alors un *modèle* (spécification d'un domaine et interprétation des lettres de prédicat) dans laquelle cette formule est *fausse* (et le prouver en passant par le langage *Prop*).

1. $\forall x[(Fx \wedge Hx) \rightarrow (Fx \vee Hx)]$
2. $[\forall x(Px \rightarrow \neg Mx) \wedge \forall x(Sx \rightarrow Mx)] \rightarrow \forall x(Sx \rightarrow \neg Px)$
3. $\exists x(Hx \wedge Sx) \rightarrow \forall x(H \rightarrow Sx)$
4. $\forall x[(Fx \wedge Bx) \rightarrow Hx] \rightarrow \forall x[Fx \rightarrow (Bx \rightarrow Hx)]$

1.2 Contradictions logiques ? (4 pts)

Déterminer si chacune des formules suivantes est une contradiction logique. Si une formule n'est *pas* une contradiction logique, donner alors un *modèle* (spécification d'un domaine et interprétation des lettres de prédicat) dans laquelle cette formule est *vraie* (et le prouver en passant par le langage *Prop*).

1. $\exists x(Fx \wedge Gx) \wedge \forall yHy \wedge \forall z(Hz \rightarrow \neg Gz)$
2. $\neg[(\exists xFx \wedge \exists yGy) \rightarrow \forall zFz]$

1.3 Ensembles consistants ? (3 pts)

Déterminer si chacun des ensembles suivants de formules est consistant. Si un ensemble est consistant, donner alors un modèle dans lequel chaque formule de cet ensemble est *vraie*.

1. $\{\forall xFx, \exists xGx, \neg\forall x(Tx \rightarrow Gx)\}$
2. $\{\forall x(Mx \rightarrow Px), \exists x(Sx \wedge Mx), \neg\exists x(Sx \wedge Px)\}$

1.4 Équivalence logique ? (3 pts)

Déterminer si la formule $\forall x[Fx \rightarrow Ma]$ est logiquement équivalente à la formule $(\exists xFx \rightarrow Ma)$.

2 Traduction (3 pts)

Transcrire les phrases suivantes dans le langage *Préd* :

1. Si Marie est philosophe, alors il y a au moins un sage qui l'aime.
2. Tout le monde est méchant, donc Socrate est méchant.
3. Tous les amis de Maxime sont soit fous, soit amis avec tout le monde.