Au XVII^{e} siecle, une physique nouvelle pour un nouveau Monde.

Deuxieme chapitre : le mouvement des corps materiels.

Annonce d'une équivalence entre gravité et inertie.
Théories antérieures, l'*Impetus*
Inertie.
Chute des graves
Le concept d'abstraction

Il sera ici question de deux théories, l'une concernant l'élaboration du principe d'inertie et l'autre la loi de la chute libre des corps pesants.

Ces deux réalisations sont mêlées et concommitantes. On notera que cette association offre une manière d'anticipation de la naissance commune de deux concepts de masse, l'inertielle et la gravitationnelle.

Le principe d'inertie

On dispose d'une théorie du mouvement des corps due à Aristote. Un point faible concerne la balistique. Théorie du mouvement naturel et du mouvement violent et théorie du milieu-moteur. La question problématique est « pourquoi un corps mû continue de se mouvoir après la séparation du moteur ? ».

Aristote est face à un problème majeur : si sans moteur, il n'y a pas de mouvement, pourquoi les projectiles ont-ils une trajectoire ? *A quo moveantur projecta ?*

Comme l'écrit Koyré (*Etudes galiléennes*, p.22)

> « la physique aristotélicienne forme, on le voit bien une théorie admirable, admirablement cohérente, et qui n'a, à vrai dire (outre celui d'être fausse), qu'un seul et unique défaut : celui d'être contredite par la pratique journalière, par la pratique du jet. Mais un théoricien digne de ce nom ne se laisse pas arrêter par une objection du sens commun. Lorsqu'il trouve un fait qui ne s'accorde pas avec sa théorie, il le nie, et lorsqu'il ne peut pas le nier, il l'explique […] Sa théorie du jet consiste en effet, à expliquer le mouvement apparemment sans moteur, du projectile, par la réaction du milieu ambiant »
>
> « La théorie d'Aristote consiste à expliquer la continuation du mouvement par un processus tourbillonnaire dans le milieu entourant le mobile, qui agit sur ce dernier en l'entraînant et en le poussant. Le « truc » théorique est dans l'invention d'un milieu particulièrement apte à se mouvoir ».

Aristote, *Physique*, IV, 8, 215 a. 14-19

> « De plus les projectiles se meuvent encore, alors que ce qui les a mis en branle ne les touche plus, soit du fait d'un échange réciproque comme disent certains (*Timée*), soit du fait que l'air qui a été mis en branle produit un mouvement plus rapide que le transport de l'objet mis en branle qui porte cet objet dans son lieu propre. Mais dans le vide rien de cela ne peut être, et il n'y aura pas de transport, à moins que le projectile ne soit véhiculé par quelque chose»

Aristote, *Physique*, VIII, 10, 266b

> « Mais à propos des choses transportées, il est bon de soulever d'abord une certaine difficulté. Si, en effet, tout mû est mû par quelque chose, parmi toutes les choses qui ne se meuvent pas elles-mêmes, comment certaines sont-elles mues continûment alors qu'elles ne sont pas touchées par ce qui les meut, par exemples les projectiles ? Si ce qui meut meut en même temps quelque chose d'autre, par exemple l'air qui meut

en étant mû, il est de la même manière impossible qu'il soit mû, si la première chose ne le touche ni ne le meut, mais il est nécessaire que tous soient mus et cessent de l'être en même temps quand le premier moteur s'arrête, même si le moteur, comme l'aimant, rend ce qu'il meut susceptible de mouvoir d'autres choses. Il est onc nécessaire de dire que ce qui meut en premier donne la capacité de mouvoir à l'air ou à l'eau ou à autre chose de ce genre qui peuvent naturellement mouvoir et être mues. Mais ce n'est pas en même temps que cet intermédiaire cesse de mouvoir et d'être mû, mais il cesse d'être mû en même temps que ce qui le meut cesse de le mouvoir, alors qu'il est encore moteur. C'est pourquoi aussi il meut autre chose de contigu et à propos de ce dernier, le raisonnement est le même. Il cesse cependant quand la puissance de mouvoir devient sans cesse plus petite pour la chose contiguë. Il cesse finalement quand le premier terme ne rend plus le suivant moteur, mais seulement mû. Mais il est nécessaire que ces choses, le moteur le mû et le mouvement en totalité cessent en même temps. »

- Commentaire de ce texte

« Mais à propos des choses transportées, il est bon de soulever d'abord une certaine difficulté. Si, en effet, tout mû est mû par quelque chose, parmi toutes les choses qui ne se meuvent pas elles-mêmes, comment certaines sont-elles mues continûment alors qu'elles ne sont pas touchées par ce qui les meut, par exemples les projectiles ?

Ce qui ne se meut pas soi-même (par nature) doit être mû. Or, les projectiles dans leur mouvement violent, sont séparées du moteur.

On a trois choses : la main, premier moteur ; l'air *milieu* ; la pierre, projectile.

Si ce qui meut meut en même temps quelque chose d'autre, par exemple l'air qui meut en étant mû,

La main meut et l'air et la pierre ; l'air doit mouvoir en étant mû. L'air devient « second moteur ».

il est de la même manière impossible qu'il soit mû, si la première chose ne le touche ni ne le meut,

L'air ne devrait pas être mû si la main ne le meut plus.

mais il est nécessaire que tous soient mus et cessent de l'être en même temps quand le premier moteur s'arrête, même si le moteur, comme l'aimant, rend ce qu'il meut susceptible de mouvoir d'autres choses.

Exemple de l'aimant qui, en mouvant rend moteur certaines choses qu'il touche.

Il est donc nécessaire de dire que ce qui meut en premier donne la capacité de mouvoir à l'air ou à l'eau ou à autre chose de ce genre qui peuvent naturellement mouvoir et être mues.

Il faut donc admettre que la main rend l'air (ou l'eau) moteur ; elle donne une capacité à mouvoir. L'air a donc –contrairement à la pierre- une vertu naturelle (non violente) à accomplir un mouvement. La cause doit en être sa nature d'élément moyen (pas absolument grave) n'ayant donc pas de direction déterminée à son mouvement naturel.

Mais ce n'est pas en même temps que cet intermédiaire cesse de mouvoir et d'être mû, mais il cesse d'être mû en même temps que ce qui le meut cesse de le mouvoir, alors qu'il est encore moteur.

Plus exactement, l'air cesse de se mouvoir quand la main cesse de le mouvoir, mais conserve plus longtemps une puissance de mouvoir.

C'est pourquoi aussi il meut autre chose de contigu et à propos de ce dernier, le raisonnement est le même.

> En fait, il meut ce qui lui est contigu, soit, le milieu environnant. Il n'est plus mû mais reste moteur. Le milieu contigu a les mêmes vertus.
>
> Il cesse cependant quand la puissance de mouvoir devient sans cesse plus petite pour la chose contiguë.
>
> Cette vertu motrice diminue ; peut-être en raison de sa direction indéterminée et diluée, dispersée.
>
> Il cesse finalement quand le premier terme ne rend plus le suivant moteur, mais seulement mû.
>
> Quand le milieu n'a plus de vertu motrice, il redevient un mû ordinaire et ne meut plus. Le mouvement cesse.
>
> Mais il est nécessaire que ces choses, le moteur le mû et le mouvement en totalité cessent en même temps. »
>
> Alors il n'y a plus de moteur dans ce phénomène et le mouvement cesse. La doctrine est « sauve ».

De cette théorie à celle de l'inertie, on dispose de théories intermédiaires.

THEORIE DE L'IMPETUS

Principal théoricien : Buridan (1300-v.1370), Questiones super octo physicorum libros aristotelis.

Sa solution consiste principalement à transférer au mobile la capacité qu'avait l'air d'enregistrer et de conserver la force initiale du moteur. Un point très importante est donc la possibilité (non aristotélicienne) de transfert de mouvement d'un corps à un autre.

> « Tandis que le moteur meut le mobile, il lui imprime un certain *impetus*, une certaine puissance capable de mouvoir dans la direction même où le moteur meut le mobile, que ce soit vers le haut, vers le bas ou de côté, ou circulairement. Plus grande est la vitesse avec laquelle le moteur meut le mobile, plus puissant est l'*impetus* qu'il imprime en lui. C'est cet *impetus* qui meut la pierre après que celui qui la lance a cessé de la mouvoir ; mais par la résistance de l'air et aussi par la pesanteur qui incline la pierre à se mouvoir en un sens contraire à celui vers lequel l'*impetus* a puissance de mouvoir, cet *impetus* s'affaiblit continuellement ; dès lors le mouvement de la pierre se ralentit sans cesse : cet *impetus* finit par être vaincu et détruit à tel point que la gravité l'emporte sur lui et désormais meut la pierre vers son lieu naturel » (Cité par Clavelin, *La philosophie naturelle de Galilée,* p.104)

On doit remarquer que, si l'*impetus* résout pas mal de problèmes, il reste dans le cadre traditionnel en ceci : il répond à la question, comment se fait-il que le projectile continue de se mouvoir ? (Question aristotélicienne) et non à celle-ci, comment se fait-il que le mobile s'arrête ? (question classique). Il ne met pas le mouvement et le repos sur le même plan et valorise le repos comme fin naturelle.

Une des objections principales des aristotéliciens contre l'*impetus* était de nature ontologique : un accident ne passe pas d'une substance à une autre et donc la cause du mouvement ne passe pas du milieu ou du moteur (la main) à la pierre ou à la flèche.

Remarque : Buridan, comme Albert de Saxe refusait la thèse de l'accélération initiale. Oresme la défend. (Clavelin p. 105). Autre point de controverse entre partisans de l'*impetus* : s'épuise-t-il de lui-même (Oresme) ou à la résistance de l'air (Buridan).

Quantification de l'impetus :

> « Dans un corps dense et grave il y a, toutes choses égales d'ailleurs, plus de matière première qu'en un corps grave et léger ; un corps grave et dense reçoit donc davantage de cet *impetus* » (Duhem, Clavelin p. 105)

Comme il est aussi proportionnel à la vitesse., on pourrait penser que l'*impetus* est finalement proportionnel à m.v (masse car volume.densité). Une préfiguration de la future *quantité de mouvement*.

Ceci fera dire à Duhem :

> « La mécanique de Galilée c'est la forme adulte d'une science vivante dont la mécanique de Buridan était la larve » (cité Clavelin p. 106)

C'est très contestable : la matière (m ?) n'est pas véritablement définie ; elle le sera par l'inertie justement. Or, chez Buridan, il y a non pas inertie, mais une *tendance naturelle au repos et une résistance naturelle au mouvement.*

Buridan demeure traditionnel sur ce point essentiel : « le mouvement n'a pas plus de réalité bpour Buridan que pour Aristote » (Clavelin).

> Buridan écrit : « l'*impetus* est une certaine réalité permanente distincte du mouvement local selon lequel se meut le projectile, c'est une qualité dont la nature est de mouvoir le corps auquel elle a été imprimée » (cité in Clavelin, p. 107)

L'impetus et la chute des graves.

Comment expliquer l'accélération dans la chute *naturelle ?* Buridan soutien que le *moteur interne* du grave, génère (comme la main) un *impetus* qui s'ajoute à la *force motrice naturelle*.

> « Il faut imaginer que par l'effet de son moteur principal, c'est-à-dire, de sa gravité, un grave acquiert non seulement du mouvement, mais encore un certain *impetus*, et cela grâce au mouvement même qui le meut avec sa gravité naturelle permanente… Ainsi, au début le grave est-il mû par sa seule gravité naturelle et, pour cette raison se meut lentement ; puis il est mû en même temps par la gravité et par cet *impetus* acquis, et pour cette raison, se meut plus vite ; et comme le mouvement devient plus rapide, de son côté, l'*impetus* devient plus grand, si bien que le grave …se meut de plus en plus rapidement et accélère ainsi continuellement son mouvement jusqu'à la fin » (in Clavelin p.107)

Un des points remarquables de ceci : l'accélération n'est pas due à la proximité croissante du centre de la terre (comme selon pas mal d'auteurs) mais seulement en corrélation avec l'éloignement du point de départ. C'est en s'éloignant qu'il accélère, pas en s'approchant de la terre. La gravité ne change pas.

Des difficultés demeurent (voir Clavelin p. 110). Voyons en une : l'accumulation des *impetus* (donc des forces motrices, donc l'accélération) se fait-elle selon des espaces parcourus ou selon des temps de chute ? Enorme alternative. Albert de Saxe défend d'abord que c'est équivalent, puis se décide pour l'espace.

Ceci se combine avec la grave question : est-ce une succession de mouvements uniformes (comme une suite d'impulsions) ou est-ce un mouvement *uniformément difforme* ?

L'*impetus* dans les cieux. Buridan tente aussi d'étendre la théorie au mouvement des planètes. Audacieux car il s'agit d'une autre matière (ni grave ni légère), et son mouvement éternel semble bien réglé par Aristote. Ce serait Dieu qui aurait communiqué un premier *impetus* à chaque orbe et, comme il n'y a pas de résistance dans les cieux, cela suffit à entretenir le mouvement. Il n'y a plus besoin d'intelligences motrices (anges etc.) pour les orbes.

Mais, dans tous les cas (mouvements terrestres et célestes), Clavelin insiste :

> «Ce qui se conserve, c'est la cause du mouvement, pas le mouvement, ou plutôt, le mouvement ne dure que grâce à la force motrice constante que l'*impetus* installe dans le mobile. Répétons-le, l'*impetus* est en accord total avec l'axiome selon lequel une vitesse uniforme exige l'action d'une cause motrice constante »

Copernic (1473-1542)

Puisque la terre est en mouvement (multiples), la théorie du mouvement rectiligne naturel ne peut plus convenir à cette région du monde.

> « La terre est entraînée dans son mouvement circulaire non seulement avec l'élément aqueux qui lui est conjoint, mais encore une portion considérable de l'air ainsi que toutes les choses qui sont liées de la même façon avec elle » (*De revolutionibus,* I, in Szczeciniarz. p.125).

> « Le mouvement de la terre est le mouvement naturel parce que sphérique et géométrique, d'un tout qui, en tant que tel, maintient les parties en rapport entre elles car elles lui sont homogènes. Les parties ont tendance à se rassembler vers ce tout, quel que soit, par ailleurs, le mouvement de ce dernier. Cependant, cette stabilité est possible parce que le tout possède un mouvement naturel, le mouvement circulaire. Il faut remarquer que c'est le mouvement sphérique qui est conçu par Copernic comme le mouvement global d'un tout. (Szczeciniarz p.126)

> « Que le mouvement des corps célestes est uniforme et circulaire, perpétuel, ou composé de mouvements circulaires. Nous allons rappeler maintenant que le mouvement des corps est circulaire. En effet, la mobilité propre de la sphère est de tourner en rond ; par cet acte même, tandis qu'elle se meut uniformément en elle-même, elle exprime sa forme, celle du corps le plus simple où l'on ne peut trouver ni commencement, ni fin, ni distinguer l'un de l'autre » (*De revolutionibus orbium celestum*, Livre I, traduction Alexandre Koyré, Blanchard, Paris, 1970)

Copernic prend la mesure des objections traditionnelles. Le mouvement naturel des cieux est circulaire et le mouvement des éléments terrestres est rectiligne (doctrine d'Aristote). C'est cette distinction qu'il réfute. Il faut admettre que le mouvement des éléments terrestres (et de la terre) est *par nature,* lui aussi circulaire ; aussi est-il convenable pour les éléments terrestres de tourner eux aussi :

> « étendant à la terre une idée admise pour les cieux, il affirme le caractère naturel du mouvement circulaire de celle-ci. Or, étant naturel, ce mouvement d'une part ne peut pas produire les effets désastreux dont parle Ptolémée, d'autre part, étant naturel à la terre, il anime, naturellement, tous les corps de la nature et de provenance terrestre, même si ils ne sont pas en contact immédiat avec elle ; ils lui sont physiquement reliés (comme des parties au tout) » (Koyré, *Etudes galiléennes*, p.168).

Mais alors, pourquoi les corps tombent-ils vers le sol ?

> « Mais que dirons-nous touchant les nuages et les autres choses flottant dans l'air, ainsi que celles qui tombent, ou inversement, tendent vers le haut ? Tout simplement que, non seulement la terre avec l'élément aqueux qui lui est joint, se meut ainsi, mais encore une partie non négligeable de l'air, et toutes les choses qui, de la même manière, ont un rapport avec la terre.[…] Quant aux choses qui tombent et qui s'élèvent, nous avouerons que leur mouvement doit être double par rapport au monde et, généralement , composé de rectiligne et de circulaire » (*De revolutionibus,* I*,* 8, in Koyré,id. p.170)

N.B. La faiblesse de cet argument n'éclate pas relativement à la terre, mais relativement à d'autres mouvements, par exemple dans le cas du navire ; si on jette une pierre verticalement, elle poursuit sa course combinée de *vertical* et de *terrestre*, mais on ne voit pas comment elle intègre (naturellement ?) le mouvement propre du navire. C'est évidemment une réponse des aristotéliciens.

Bruno, puis Galilée, Gassendi y répondront : *cf.* infra, citation tirée du *De motu*, chap. X, in Koyré *EG*. p.309.

Jean-Baptiste Benedetti (1540-1590)

Mathématicien. Venise. Copernicien.

Radicalement anti-aristotélicien.

> « Telle est la grandeur et l'autorité d'Aristote qu'il est difficile et dangereux d'écrire quelque chose contre ce qu'il a enseigné ; pour moi particulièrement, à qui la sagesse de cet homme a toujours paru admirable. Néanmoins, poussé par le souci de la vérité, par l'amour de laquelle, s'il vivait, il aurait été lui-même enflammé, …je n'hésite pas à dire, dans l'intérêt commun, en quoi, le fondement inébranlable de la philosophie mathématique me force à me séparer de lui » (Koyré, p.53) (*ref.* à Archimède)

Sa conception de *l'impetus*

> « Tout corps grave, qu'il se meuve naturellement ou violemment, reçoit en lui-même un *impetus*, une impression de mouvement, de telle sorte que, séparé de la vertu mouvante, il continue à se mouvoir de lui-même, pendant un certain laps de temps. lors donc que le corps se meut d'un mouvement naturel, sa vitesse augmentera sans cesse ; en effet, *l'impetus* et *l'impressio* qui existent en lui croissent sans cesse car il est constamment uni à la vertu mouvante » (Koyré, p.48)

Benedetti réfute l'*impetus* circulaire. Le mouvement circulaire produit dans le corps un impetus à se mouvoir en ligne droite.

L'air raréfié, derrière le mobile devrait plutôt le ralentir qu'être son *moteur*. Il *aspire* et *retient* le mobile. Voir la définition de l'*Impetus* in Koyré p.48.

Chez Ben., réflexions sur la composition (le mélange) des mouvements.

> Or cet impetus décroît continuellement et, petit à petit, l'inclination de la gravité s'y glisse, laquelle, se composant avec l'impression faite par la force ne permet pas que la ligne *ab* reste droite pendant longtemps ; bien vite elle devient courbe parce que le corps est mû par deux vertus, dont l'une est la violence imprimée, et l'autre, la nature. Ceci contrairement à l'opinion de Tartaglia qui nie qu'un corps quelconque puisse être mû simultanément par des mouvements naturel et violents » (cité in Koyré p.50.)

Un thème de grande importance chez Benedetti qui contribue à la rupture avec Aristote et « prépare » le Galiléisme : le rôle des mathématiques. Il faut repartie d'Archimède. Citer p. 53.

Ligne supplémentaire de rupture avec la physique d'Aristote : les corps sont *graves* relativement au milieu où ils sont. La gravité, la légèreté ne sont plus des formes substantielles des éléments mais des accidents variables. (voir p. 56).

Le plus grave : la démonstration aristotélicienne de l'impossibilité du vide ne vaut rien. En particulier, l'argument de la « vitesse infinie » dans le vide. La vitesse n'est pas *divisée* par la résistance ; elle est –selon Benedetti- *diminuée* de la résistance. Rien n'indique que cette vitesse de base, où *inhérente* soit infinie. Donc, quand le milieu –vide- ne lui ôte rien, elle n'est pas infinie. Autre conséquence, des mobiles de même *densité* mais de volume différent tombent dans le vide à la même vitesse. Voir argument, p.59. il peut y avoir u n « lieu extra mondain ».

Pour information, le reste y passe aussi : le lieu n'est pas l'enveloppe de l'enveloppant mais l'intervalle entre les extrémités. Le monde a un lieu.

Giordano Bruno (1548-1600)

Dominicain né à Nola (près de Naples). Quitte l'habit en 1575.
L'influence de Bruno sur la philo et les sciences, plus grande qu'on le pensait. Galilée le connaissait très bien Mersenne aussi.

Bruno rejette explicitement la physique d'Aristote : « la théorie de la gravité et de la légèreté que l'on trouve chez Aristote, est complètement fausse » (et la suite p. 177 Koyré). Il défend un monde infini, un espace sans direction privilégiée, une indifférence naturelle des corps. Pourtant, il ne va convaincre, ni Tycho Brahé, ni Kepler.

Il fait beaucoup pour contrer les « objections balistiques » (cf. Koyré p.171-182)

> « Or donc, que l'on s'imagine deux hommes : l'un dans le navire qui court, et l'autre en dehors de celui-ci, ayant chacun une pierre qu'ils laissent tomber : la pierre du premier, sans perdre un point, ni dévier de sa ligne verticale, viendra au lieu fixé à l'avance ; et celle du second se trouvera transportée en arrière. Ce qui ne vient de rien d'autre que de ce que la pierre qui part de la main de celui qui est porté par le navire, et par conséquent, se meut selon le mouvement de celui-ci, possède une certaine vertu *impresse*, que ne possède pas l'autre. De cette diversité, nous ne pourrons donner aucune raison sinon celle que les choses, qui sont attachées au navire par un lien ou par une telle appartenance, se meuvent avec celui-ci ; et que la pierre qui se meut avec le navire, porte avec elle la vertu du moteur, tandis que l'autre n'y a pas de participation » *La Cena de le Ceneri*, cité par Koyré p.175)

Préfigure les pages de Galilée. Citer aussi la p. 174 :

Nouveau par rapport à Copernic. Les corps terrestres *participent* à son mouvement, pas parce qu'ils participent à sa *nature* mais parce qu'ils *sont en elle* comme les corps qui sont dans le navire participent à son mouvement. La question n'est pas de participer à un mouvement *naturel*, mais à un mouvement *tout court.* Idée d'un *système mécanique*.

De l'infinito, universo e Mondi est publié en 1584.
On dispose d'une hypothèse de composition de deux mouvements, circulaire et rectiligne.

Citer le paragraphe d'hommage de Koyré p.181 :

> « On reste confondu devant la hardiesse, et le radicalisme, de la pensée de Bruno, qui opère une transformation –révolution véritable- de l'image du monde et de la réalité physique. Infinité de l'univers, unité de la nature, géométrisation de l'espace, négation du lieu, relativité du mouvement : nous sommes tout près de Newton.… »

Koyré soutient qu'il ne le fait pas car, il oppose une métaphysique à une physique (celle d'Aristote) et tourne le dos à la mathématisation.

GALILEE

- Deuxième journée du *Dialogue*

« Le mouvement est mouvement et agit comme mouvement en tant seulement qu'il est en rapport avec les choses qui en sont privées ; mais en ce qui concerne celles qui y participent toutes également, il est sans effet » (Ed. nat. p.141, trad. Koyré)

« si l'instinct naturel du globe terrestre est de tourner sur lui-même en 24 heures, chacune de ses parties doit avoir également une inclination intrinsèque et naturelle, non pas à demeurer immobile, mais à suivre la même course » (Ed. nat. p.168 ; traduction française Fréreux, De Gandt, Seuil 1992, p.238).

- La galère.

N.B. Salviati et Simplicio s'affrontent sur la chute d'une pierre du haut du mât d'un navire (*id.* p.171 *sq.*).

Salviati : « avez-vous déjà fait cette expérience avec le navire ? »
Simplicio : « Je ne l'ai pas faite ; mais je crois que les auteurs qui la produisent l'ont soigneusement observée ; d'ailleurs la cause de la différence se reconnaît avec tant de clarté qu'elle en laisse aucun doute »
Personne n'a jamais fait cette expérience (qui sera menée par Gassendi à Marseille en 1641) rétorque Salviati, mais surtout :
« Et moi, sans expérience, je suis sûr que l'effet s'ensuivra comme je vous dis, puisqu'il est nécessaire qu'il s'ensuive ».

Autrement dit, sur la *loi d'inertie*, pas d'expérimentation qui trancherait.

Comme on le sait, une voie essentielle suivie par Galilée pour établir son *quasi principe d'inertie* est celle du plan incliné qui *n'inclinera en rien*. Voici l'argument, exposé lors d'une polémique avec Simplicio. La polémique prend la forme d'un *Dialogue socratique,* avec réminiscence : « je suis un si bon accoucheur des cerveaux que je vous le ferai confesser de vive force ». (p.171)

Que se passe-t-il si une boule *parfaite* après avoir acquis une vitesse sur un plan horizontal parfait rencontre un plan incliné « vers le bas » ? Elle subit une accélération, une tendance à aller de plus en plus vite.

Que se passe-t-il si une boule *parfaite* après avoir acquis une vitesse sur un plan horizontal parfait rencontre un plan incliné « vers le haut » ? Elle subit une décélération, une tendance à aller de moins en moins vite.

Donc, soit une tendance à l'accélération, soit au retardement. Et si elle rencontre un plan parfaitement horizontal ? Elle ne subit de tendance ni accélératrice, ni retardatrice… conséquence, elle poursuit éternellement son mouvement sans modification de vitesse.

N.B. Le mouvement qui ne « fait pas effort » est un mouvement qui ne s'éloigne ni ne se rapproche du centre de la terre, qui n'élève, ni n'abaisse de poids ; il est circulaire. L'horizontale « réelle » est circulaire. Pré-éminence du mouvement circulaire sur le droit.

« Car la pure et simple vérité, c'est que les effets de ces tirs (vers l'est et vers l'ouest) seront exactement les mêmes, que le globe terrestre soit en mouvement ou en repos ; il en ira de même avec toutes les autres expériences, celles qu'on a présentées, celles qu'on pourrait présenter » (E.N. 209, *op.cit.* p.201)

- Les repères équivalents. La relativité

«Quand le navire est immobile observez soigneusement comme les petites bêtes qui volent vont à la même vitesse dans toutes les directions de la cabine, on voit les poissons nager indifféremment de tous côtés, les gouttes qui tombent entrent toutes dans le vase placé en dessous ; si vous lancez quelque chose à votre ami, vous n'aurez pas besoin de jeter plus fort dans une direction que dans l'autre quand les distances sont égales, si vous sautez à pieds joints comme on dit, vous franchirez des espaces égaux dans toutes les directions. Quand vous aurez soigneusement observé cela […] faites aller le navire à la vitesse que vous voulez ; pourvu que le mouvement soit uniforme, sans balancement dans un sens ou l'autre, vous ne remarquerez pas le moindre changement dans tous les effets qu'on vient d'indiquer ; aucun ne vous permettra de vous rendre compte si le navire est en marche ou immobile […]Si tous ces effets se correspondent, cela vient de ce que le mouvement du navire est commun à tout ce qu'il contient aussi bien qu'à l'air ». (E.N. 213, *op.cit*.p.204-205)

NB : c'est ici le principe de relativité. Cf. Einstein.

Quelles relations de conséquence entretiennent ces deux principes ?

En résumé, nous allons dire :

Principe d'inertie (PI), « un corps matériel, éloigné de toute influence matérielle, n'est affecté d'aucune modification de son état de mouvement ou repos »

Principe de relativité (PR), « Aucune expérience de physique ne permet de déterminer si un système matériel est au repos ou en mouvement rectiligne uniforme ; soit, tous les repères en MRU sont équivalents pour décrire une expérience physique ».

- PR implique PI.

Soit (non PI), un corps matériel ralentit et s'arrête dans un certain repère sans l'action d'aucune cause extérieure à lui-même.

Il est loisible de considérer un système en MRU animé d'une vitesse égale à la moitié de la vitesse initiale du mobile. Dans ce système, le mobile, sans action d'aucune cause, s'arrêtera et repartira en sens inverse. C'est absurde. Les systèmes ne sont pas équivalents et PR est violé.

Donc, (non PI) implique (non PR), soit PR implique PI.

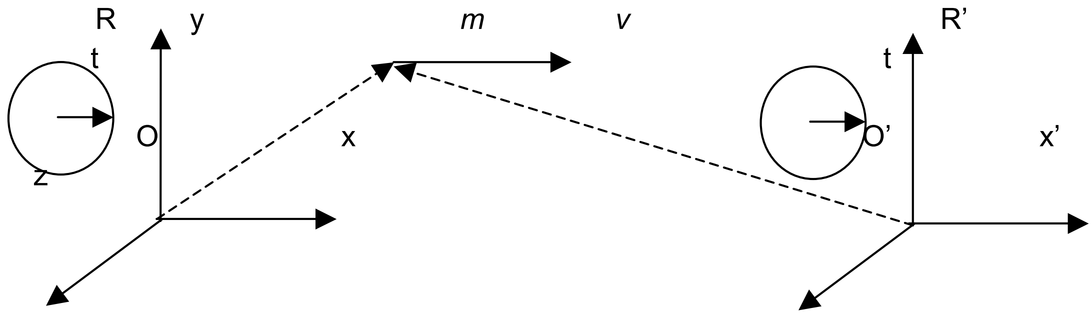
- PI implique PR

Soit (non PR), Une cause de modification de mouvement est à l'œuvre dans un repère et ne l'est pas dans un autre repère en MRU. Autrement dit, observé dans un certain repère, un mouvement peut être modifié sans cause, ce qui est une violation de PI.

Donc, (non PR) implique (non PI), soit PI implique PR.

Si ces arguments sont valables, PI et PR sont équivalents.

Selon la physique classique, le principe de relativité est équivalent à la « loi d'inertie ».



OO' = v.t	O'm = O'O + Om	
x	x' = x-vt	
y	y'=y	
z	z'=z	Ceci forme la transformation de Galilée.
t	t'=t	

Ce principe garantit la loi d'addition des vitesses. Si un corps est animé d'une vitesse *w* (de direction x) dans le premier système, il est animé d'une vitesse *w-v* dans le second.

« Les papillons volent de la même manière dans le navire voguant sur les flots et à vitesse constante et dans le navire au repos à quai » (F. Balibar, *Philosophie 1*, p .73).

NB : les systèmes d'inertie de Galilée sont en mouvement selon la surface de la terre ; en fait, ce sont des arcs de cercle. L'assimilation, par Galilée du mouvement de la terre à un mouvement simple, et donc à une trajectoire d'inertie lui fait manquer l'objection de Locher.

- Dans les *Discorsi*

Première journée :

L'abstraction ; échelles des machines, dif. Entre machines idéales et concrète. Au passage une hypothèse est acceptée : celle de la « matière inaltérable » :

> « si l'on fait abstraction des imperfections de la matière et qu'on **la** suppose parfaite, inaltérable et exempte de toute variation accidentelle etc. [...] et puisque je suppose la matière inaltérable c'est-à-dire toujours égale à elle-même » (p.8)

Troisième journée :

> « Nous apportons, sur le sujet le plus ancien, une science absolument nouvelle...une science aussi vaste qu'éminente, dont mes propres travaux marqueront le commencement et dont des esprits plus perspicaces que le mien exploreront les parties les plus cachées » (III, p.125)
>
> « Il faut remarquer que tout degré de vitesse qui se trouve être dans un mobile est imprimé en lui de façon indélébile du seul fait de sa nature, pourvu seulement que soit supprimées les causes extérieures d'accélération et de ralentissement, ce qui n'a lieu que sur le plan horizontal ». (traduction de Maurice Clavelin, p.178)

Quatrième journée

> « J'imagine qu'un mobile a été lancé sur un plan horizontal d'où l'on a écarté tout obstacle ; il est déjà certain, d'après ce qu'on a dit ailleurs plus longuement, que son mouvement se poursuivra uniformément et éternellement sur ce même plan pourvu qu'on le prolonge à l'infini. Supposons en revanche, qu'il soit limité et situé à une certaine hauteur : le mobile que j'imagine doué de gravité, parvenu à l'extrémité du plan horizontal et continuant sa course, ajoutera à son précédent mouvement uniforme et indélébile, la tendance vers le bas que lui confère sa gravité : le résultat sera ce mouvement composé d'un mouvement horizontal uniforme et d'un mouvement naturellement accéléré vers le bas que j'appelle projection ». (Traduction de Maurice Clavelin, p.205)

N.B. Les appréciations divergent selon les auteurs. Duhem pense que Galilée n'est jamais vraiment sorti de l'*impetus* ; Koyré dit ceci :

> « L'impossibilité, pour Galilée, de formuler le principe d'inertie s'explique, d'une part, par son refus de renoncer entièrement à l'idée de cosmos, c'est à dire à l'idée 'un monde bien ordonné, et d'admettre franchement l'infinité de l'espace ; et, d'autre part, par son incapacité de concevoir le corps physique comme privé du caractère constitutif de la gravité » (*Etudes galiléennes*, p.258).

N.B. : les « galiléens », Cavalieri et Torricelli sauront énoncer la loi d'inertie y compris la rectilinéarité de la trajectoire.

GASSENDI

Le premier à publier une formule correcte du principe d'inertie (Koyré*, Et. Gal.* p.305)

Il a fait l'expérience du boulet, dans la rade de Marseille en 1640 et il part de là :

> Aussi «n'est-il pas étonnant si, à nous tous qui étions dans la même galère, le mouvement apparut comme perpendiculaire ; car ne nous fut observable que le mouvement de la pierre vers

> le bas ; en effet, on ne pouvait pas observer le mouvement en avant parce qu'il nous était commun avec la pierre » (*De motu impresso a motore translato*, trad. Koyré, *E.G.*, p.306).

Gassendi combat la conception traditionnelle de « naturel/violent ». Son argument est que le naturel doit perdurer ; or ne perdure indéfiniment que ce qui est identique à soi :

> « Il est clair que la source de la perpétuité est l'uniformité, et de la cessation, l'inégalité ; car seulement ce qui ne s'accroît, ni ne s'affaiblit, peut perdurer ; et rien ne peut, par la force de la nature, ni augmenter, ni diminuer indéfiniment. Ainsi donc, si quelqu'un, dans ces choses composites, recherche un mouvement qui soit naturel, au maximum, il est clair que ce sera le mouvement des cieux, parce qu'il est, avant tous les autres, uniforme et perpétuel, grâce à la forme circulaire choisie par le créateur : celui-ci n'ayant ni commencement ni fin, il peut être uniforme et perpétuel » (*De motu*, trad. Koyré, *EG.*, p.307)

Il apporte une réponse à la difficulté repérée chez Copernic de l'argument « par nature » pour suivre le mouvement de la terre qu'on ne pouvait étendre au bateau (la nature terrestre de la pierre, oui, mais sa nature navale ?)

> « Il se peut que, s'il s'agissait du mouvement de la terre –si on la supposait mobile sur son axe- cela paraîtrait moins surprenant- car on pourrait dire que la pierre se meut uniformément parce qu'elle se conforme spontanément au mouvement uniforme du tout, qu'elle y soit liée ou qu'elle en soit séparée. Mais sans doute est-ce étonnant (lorsqu'il s'agit du mouvement) imprimé par la course du navire, ou d'une autre chose, ou de la mains seule ; car la pierre ne possède pas de relation semblable à ces choses, ou à leurs mouvements. D'où il est juste de conclure que le mouvement horizontal, de quelque cause qu'il provienne, est, de par sa nature, perpétuel, à moins qu'une cause n'intervienne qui détourne le mobile et trouble le mouvement ». *De motu*, chap. X, in Koyré *EG*. p.309

Si on imagine un corps mû sur la surface horizontale parfaitement lisse

> De plus, il n'y a aucune raison pour qu'il retarde ou accélère sa course, parce que jamais il ne s'éloigne ni ne se rapproche du centre de la terre, ni, non plus pour que jamais il ne s'arrête, comme il le ferait s'il y avait quelque irrégularité dans la surface » (*De motu*, p. 40, in Koyré, p.310)

Il y a là, une thèse en faveur de l'inertie circulaire.

Gassendi produit avec ceci, une doctrine de la gravité. Elle est de type mécaniste (comme Descartes). L'attraction est une force comme les autres, c'est-à-dire externe ; elle se réduit au contact, à la pression, à la poussée. Pour lui, comme pour Descartes, il n'y a pas de forces matérielles (à distance) qui agissent autrement que par contact. Aucun corps n'agit où il n'est pas.

> Tout mouvement se fait par impulsion et lorsque je dis impulsion, je ne veux aucunement faire exception pour l'attraction ; car attirer n'est rien d'autre que pousser vers soi par un instrument incurvé » (*De motu*, in Koyré,311)

Photocopier les pages 311à 317 de Koyré.

DESCARTES

Avec Descartes, de façon absolument assumée et explicite, le mouvement, comme le repos deviennent des *états* du corps ; si ces deux états sont opposés, ils sont *ontologiquement* (du point de vue de l'être) absolument équivalents : le corps est, quant à son être, indifférent à l'état de mouvement ou de repos.

Il renverse la doctrine selon laquelle le mouvement naturel, le plus simple est le circulaire pour proclamer que le mouvement naturel est le rectiligne.

- Le Monde

> « Dieu est immuable et agit toujours de même façon » Chapitre VII.

L'action par laquelle Dieu a créé le monde est la même que celle par laquelle il continue de le faire exister, il le conserve. Cette thèse sert de fondement aux « principes de conservation ». Descartes nomme ces principes généraux soit *règles*, soit *lois* de la nature.

Dans *Le Monde*, on a trois principales règles :

« La première est que chaque partie de la matière, en particulier, continue toujours ‘être dans le même état, pendant que la rencontre des autres ne la contraint point de changer. C’est à dire, si elle a quelque grosseur, elle ne deviendra jamais plus petite, sinon que les autres la divisent ; si elle est ronde ou carrée, elle ne changera jamais cette figure sans que les autres l’y contraignent ; si elle est arrêtée en quelque lieu, elle n’en partira jamais que les autres l’en chassent ; et si elle a une fois commencé à se mouvoir, elle continuera toujours avec une égale force jusques à ce que les autres l’arrêtent ou la retardent » (A.T.XI, p.38)
« Je suppose pour seconde règle : que quand un corps en pousse un autre, il ne saurait lui donner aucun mouvement, qu’il n’en perde en même temps autant du sien ; ni lui en ôter que le sien ne s’augmente d’autant. Cette règle, jointe avec la précédente, se rapporte fort bien à toutes les expériences, dans lesquelles nous voyons qu’un corps commence ou cesse de se mouvoir, parce qu’il est poussé ou arrêté par quelque autre ». (A.T.XI, p.41)
“J’ajouterai pour la troisième: que lorsqu’un corps se meut, encore que son mouvement se fasse le plus souvent en ligne courbe et qu’il ne s’en puisse jamais faire aucun qui ne soit en quelque façon circulaire, ainsi qu’il a été dit ci-dessus, toutefois, chacune de ses parties en particulier, tend toujours à continuer le sien en ligne droit. Et ainsi, leur action, c’est à dire l’inclination qu’elles ont à se mouvoir, est différent de leur mouvement » (A.T. XI, p.43-44)

- Dans *Les Principia Philosophiae*, traduction française :

Pr. II, Article 36 : « Que Dieu est la première cause du mouvement, et qu’il en conserve toujours une égale quantité dans l’Univers. »
« Il n’y a point d’autre cause (du mouvement) que Dieu, qui, de sa toute puissance a créé la matière avec le mouvement et le repos, et qui conserve maintenant en l’univers, par son concours ordinaire, autant de mouvement et de repos qu’il en a mis en le créant »

Pr. II, Article 37 : « la première loi de la nature : que chaque chose en l’état qu’elle est, pendant que rien ne le change »
« …que si (une partie de la matière) est en repos, elle ne commence point à se mouvoir de soi-même. Mais lorsqu’elle a commencé une fois à se mouvoir, nous n’avons aucune raison de penser qu’elle doive cesser de se mouvoir de même force, pendant qu’elle ne rencontre rien qui retarde ou qui arrête son mouvement. De façon que, si un corps a commencé une fois de se mouvoir, nous devons conclure qu’il continue par après de se mouvoir, et que jamais il ne s’arrête de soi-même ».

Pr. II, Article 39 : « La seconde loi de la nature : que tout corps qui se meut, tend à continuer son mouvement en ligne droite »
« …chaque partie de la matière, en son particulier, ne tend jamais à continuer de se mouvoir suivant des lignes courbes, mais suivant des lignes droites … Cette règle, comme la précédente, dépend de ce que Dieu est immuable, et qu’il conserve le mouvement en la matière par une opération très simple… »

(suit ici l’analyse de la fronde et la *tendance* au mouvement selon la tangente ; l’analyse de la fronde et de la tangente est présente chez Galilée, *cf Dialogue,* deuxième journée, E.N. p.218-219)

Pr. II, Article 40 : « La troisième : que si un corps qui se meut en rencontre un autre plus fort que soi, il ne perd rien de son mouvement, et s’il en rencontre un plus faible qu’il puisse mouvoir, il en perd autant qu’il lui en donne »

Lettre à Huygens du 18 ou 19 février 1643 :

« Sur quoi je considère que la nature du mouvement est telle que, lorsqu’un corps a commencé à se mouvoir, cela suffit pour faire qu’il continue toujours après avec une même vitesse et en ligne droite, jusqu’à ce qu’il soit arrêté ou détourné par quelqu’autre cause ». (A.T. III, p.619).

N.B. Le renversement selon lequel c’est le mouvement rectiligne qui devient absolument simple, au détriment du circulaire doit être expliqué. Première remarque : Descartes énonce des propriétés inertielles comme tendancielles : ce n’est pas concrètement, pratiquement, sensiblement que la loi d'inertie s'applique, c'est comme tendance générale, permanente et instantanée. Ainsi dans l'analyse de la fronde : ce qui compte n'est pas la trajectoire circulaire mais la tendance tangentielle ainsi que la pression radiale. Descartes ne cesse de bien distinguer le « mouvement qui s'accomplit » du *conatus*, de la tendance. C'est celle-ci qui prescrit absolument la ligne droite. Voici le texte principal :

- *Le Monde*, VII, (A.T. XI, p.44).

> « Or est-il que de tous les mouvements il n'y a que le droit qui soit entièrement simple, et dont toute la nature soit comprise en un instant. Car pour le concevoir, il suffit de penser qu'un corps est en action pour se mouvoir d'un certain côté, ce qui se trouve en chacun des instants qui peuvent être déterminés pendant le temps qu'il se meut. Au lieu que, pour concevoir le mouvement circulaire, ou quelqu'autre que ce puisse être, il faut au moins considérer deux de ses instants, ou plutôt deux de ses parties, et le rapport qu'il est entre elles ».

Il poursuit :

> « remarquez que je ne dis pas, pour cela, que le mouvement droit se puisse faire en un instant, mais seulement que tout ce qui est requis pour le produire se trouve dans les corps en chaque instant qui puisse être déterminé pendant qu'ils se meuvent, et non pas tout ce qui est requis pour produire le circulaire ». (*id*. p.45)

NB. Ceci est plus difficile qu'il n'y paraît. L'argument du rectiligne comme plus simple que le courbe est de nature géométrique. On peut admettre ceci et c'est profondément et génialement cartésien. Cependant, qu'y a-t-il en un point d'une trajectoire ? Une position ; au second degré une vitesse instantanée, soit un vecteur tangent, soit une direction rectiligne ; mais au troisième degré, il y a aussi une courbure, un centre instantané de rotation, associé à une accélération.

Si on y cherche bien, il semble que le seul argument fort soit celui-ci : la droite va être associée car son équation est algébriquement plus simple que celle du cercle.

Autre distinction : si, en un point donné de trajectoire, on ôte toute cause de modification, il reste une direction (et une intensité soit dit en passant) qui est donc une constante.

Ajouter ici les autres citations et commentaires de Blay, *La science du mouvement*, p.61 *sq.*

CHRISTIAN HUYGENS

> « Si la gravité n'existait pas et qu'aucune résistance d'air ne s'opposait au mouvement des corps, chacun d'eux continuerait son mouvement avec une vitesse uniforme en suivant une ligne droite » (*Œuvres complètes*, XVIII, 22 volumes, p.124)

SPINOZA. ABREGE DE MECANIQUE, COROLLAIRE, PREMIERE PARTIE.

> « Il suit de là qu'un corps en mouvement se meut jusqu'à ce qu'il soit déterminé par un autre à s'arrêter, et qu'un corps en repos reste aussi en repos jusqu'à ce qu'il soit déterminé au mouvement par un autre (…) Quand je suppose, en effet qu'un corps, soit par exemple A, est en repos et que je n'ai pas égard à d'autres corps en mouvement (…) Si, au contraire, A est supposé en mouvement, chaque fois que nous aurons égard seulement à A… » (Vrin, p.148-149, Gebhardt,II, p98).

Remarque: l'énoncé de la ligne droite est absent.

NEWTON

Assez injustement, Newton attribue tout le mérite de la loi d'inertie à Galilée en passant Descartes sous silence.

Philosophiae naturalis Principia mathematica (Londres 1687, reed. 1713, 1727)

> Définition de la quantité de matière :
> « La quantité de matière se mesure par la densité et le volume pris ensemble […]Je désigne la quantité de matière par les mots de corps ou de masse ».
> Définition de la quantité de mouvement :
> « La quantité de mouvement est le produit de la masse par la vitesse ».

Définition de la *force interne* de la matière :

« La force interne de la matière (vis insita) est le pouvoir de résistance, par lequel chaque corps persévère, autant qu'il est en lui de le faire, dans son état actuel de repos ou de mouvement uniforme en ligne droite »

Comme on le voit, ce n'est pas une force au sens contemporain du terme, newton la nomme aussi « force d'inertie ». Elle est proche de ce que Descartes désignait comme « la force de chaque corps pour agir ou pour résister ».

Définition de la *force imprimée* :

« La force imprimée (*vis impressa*) est une action exercée sur le corps, qui a pour effet de changer son état de repos ou de mouvement uniforme en ligne droite ».

Première loi de la mécanique:

"Tout corps persévère dans son état de repos ou de mouvement rectiligne uniforme à moins que des forces imprimées ne le contraignent à changer son état" (Loi I, traduction de l'édition de 1727 par la marquise du Chastelet).

Corollaire V :

« Les mouvements des corps inclus dans un espace donné sont les mêmes, entre eux, que cet espace soit au repos, ou qu'il se meuve uniformément en ligne droite sans mouvement circulaire »

LA CHUTE DES CORPS GRAVES A L'AGE CLASSIQUE

" La loi de la chute des corps est une loi fort importante : c'est la loi fondamentale de la dynamique moderne. C'est en même temps une loi extrêmement simple ; elle s'épuise entièrement dans une définition : la chute des corps est un mouvement uniformément accéléré "[1]. C'est en ces termes qu'Alexandre Koyré caractérise ce qui constitue le résultat sans doute le plus décisif de la physique du premier XVII^eme^ siècle. A cette appréciation, on pourra en joindre une autre, due à Pierre Duhem, qui donne à cet énoncé fondamental sa valeur historique " Aristote avait formulé cette loi : une force constante produit un mouvement uniforme dont la vitesse est proportionnelle à la force qui l'engendre. Pendant près de deux mille ans, cette loi a dominé la mécanique. Aujourd'hui nous professons une autre loi : une force constante engendre un mouvement uniformément accéléré et l'accélération de ce mouvement est proportionnelle à la force qui sollicite le mobile "[2].

LES TROIS "OPINIONS"

En 1669, dans la toute nouvelle académie royale des sciences s'engagent d'importantes recherches collectives sur « les causes de la pesanteur ». Le premier mémoire est présenté par Roberval le 7 août, avec la présentation des trois principales thèses qui s'affrontent.

Roberval définit d'abord la pesanteur d'un corps comme "ce qui porte ce corps à descendre vers un centre par la nature seule et sans artifice". Cela étant, "on pourra considérer une pesanteur terrestre, une lunaire, une solaire, une joviale, etc.". Chaque planète possède donc une pesanteur qui lui est propre et dont il s'agit de rendre raison:

"Il n'est pas nécessaire d'attribuer une vertu particulière à ce centre, qui n'est qu'un poinct ; mais il suffit d'entendre que toutes les parties du corps sont portées à s'unir ensemble pour ne faire qu'un seul corps ; car de là, il en résultera un centre de gravité

---

[1] A. Koyré, *Etudes galiléennes*, Paris, Hermann, 1966, p.84.

[2] P. Duhem, *De l'accélération produite par une force constante*, Congrès International de Philosophie, II^e^ session, Genève 1905, p. 859.

vers lequel toutes ces parties seront dirigées, avec plus ou moins de force, suivant leur propre nature : Et c’est cette force en quoy consiste la pesanteur ”

Il distingue alors trois modèles explicatifs ou plutôt “opinions” : “... la pesanteur réside dans le seul corps pesant” ; la pesanteur est “commune et réciproque entre ce corps pesant, et celuy vers lequel il est porté” ; la pesanteur est “produite par l'effort d'un tiers qui pousse le corps pesant”.

Cependant, Roberval adopte une position différente des trois précédentes en ce sens qu'il considère en fait comme secondaire la recherche des principes et des causes :

> “Pour conclusion je feray toujours mon possible pour imiter Archimède, qui en cette occasion de la pesanteur pose pour principe et pour postulat, le fait constant, et ancré dans tous les siècles passés, jusqu'à présent, qu'il y a des corps pesants, qui ont les conditions dont il parle au commencement de son traité sur le sujet, et sur ce fondement j’établirai comme il a fait mes raisonnements pour la mécanique sans me mettre en peine de savoir à fond les principes et les causes de la pesanteur me réservant à suivre la vérité, si elle veut bien se montrer un jour clairement et distinctement à mon esprit.”

Revenons maintenant sur les différentes “opinions” défendues par les collègues académiciens de Roberval. La première “opinion” soutient l'idée qu'il y a “dans le corps pesant une qualité qui le porte vers le bas”, ou, comme l'écrit Jacques Buot (?-vers 1673), dans son Mémoire du 21 août 1669, “une vertu naturelle et absolue [...] par laquelle il descend de lui-même vers la Terre”. En fait, cette opinion, d'après Buot, “ne trouve point de défenseurs dans une célèbre compagnie qui ne se satisfait pas des mots de vertu naturelle qui fait la descente des corps, car c'est la cause de cette descente et la nature de cette vertu qu'elle recherche” à l'opposé, évidemment, des anciens. La deuxième “opinion” avance que la pesanteur est “une qualité attractive et mutuelle entre toutes les parties d'un corps total pour s'unir ensemble le plus qu'elles pourront”. Cette “opinion” est défendue par Bernard Frénicle de Bessy (vers 1600-1675) dans un mémoire lu à la séance de l'Académie du 14 août 1669. Elle s'appuie sur de multiples expériences faisant appel en particulier à l'exemple des phénomènes de capillarité. L'opinion de Frénicle est reprise par Edme Mariotte (vers 16201684) quelques mois plus tard dans un mémoire lu à la séance de l'Académie du 13 novembre 1669 dans lequel il précise:

> “On peut concevoir par ce mouvement celuy des corps pesants vers le centre, c'est-à-dire qu'ils ont une disposition ou une vertu à se mouvoir vers les autres corps qui leur est naturelle et adhérente, et qui ne se perd point quoy qu'on les tienne en repos par violence du moins lorsqu'ils n'en sont pas trop esloignez des autres corps, nous appelions ce mouvement, mouvement de jonction ou d'aggregation dont on voit beaucoup d'autres exemples en la nature [...].”

Quant à la troisième et dernière “opinion”, elle fait intervenir pour expliquer la pesanteur,

> “quelque corps très subtil qui se meut d'un mouvement très viste et qui s'insinue facilement entre les parties des autres corps plus grossiers, de sorte qu'en les pressant, il les pousse vers le bas ou vers le haut: et par ce moyen ils font la pesanteur ou la légèreté”.

Cette “opinion” est celle soutenue par Descartes et les cartésiens. Elle est défendue à l'Académie par Buot, mais également par Huygens dans un mémoire lu à la séance du 28 août 1669.

L’auteur à qui l’histoire reconnaît la gloire d’avoir découvert la li de la chute des corps n’a, « pas d’opinion » sur les causes de la gravité. C’est Galilée.

GALILEE

L’accomplissement de cette étape majeure de l’histoire de la philosophie naturelle est très généralement porté au mérite de Galilée.

Né à Pise en 1564. De 89 à 92, il enseigne à Pise. Il est frappé des faiblesses de la mécanique aristotélicienne et de la physique de l'*impetus*.

De 1593 à 1610, il enseigne à Padoue. Il travaille sur la chute des corps (1604) et à des travaux de mécanique.

En 1609, importantes découvertes en astronomie, appuyés sur la lunette. Observation, le 7 janvier 1610 des taches de la lune, de la voie lactée et des satellites de Jupiter. Il publie en mars le *Sidereus Nuncius*. Enorme impact dans toute l'Europe.

Printemps-été 1611, il est à Rome et y triomphe : Clavius, Bellarmin.

1613, nouveaux arguments sur la corruptibilité des cieux *Histoire et démonstrations sur les tâches solaires*.

1616, *Discours sur le flux et le reflux des marées* (preuve du mouvement de la terre) qui fera la quatrième journée du *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo, Ptolemaico e Copernico.*

1616, Décret romain interdisant de soutenir le mouvement de la terre. Bellarmin le prévient personnellement à Rome (pour une présentation *représentative*). Le *De revolutionibus* est mis à l'index. Gallilée accepte l'*admonestation* de Bellarmin et promet d'obéir.

1623, Maffeo Barberini, ami et admirateur de Galilée est élu pape (Urbain VIII). Il lui dédicace le *Sagiatore.*

1632, parution du *Dialogo*, rédigé depuis 1629. Affaire complexe : il devait paraître à Rome avec *imprimatur* romaine. Il paraît à Florence avec *imprimatur* de Florence.

> « Tout au long de la discussion, Galilée s'inspire expressément de la méthode platonicienne qui accomplit l'accouchement des esprits par le dialogue : le savoir ne peut pas se transmettre, mais doit être éveillé en chacun par un jeu de questions, d'analogies, d'appels à la mémoire et à l'expérience, qui doivent susciter finalement dans l'intellect et l'imagination du partenaire une représentation parfaitement dessinée et maîtrisée.
>
> L'un des interlocuteurs, Simplicio est chargé de représenter les objections traditionnelles ; le second Sagredo, joue le rôle de l'honnête homme cultivé, prêt à admettre les idées nouvelles ; enfin Salviati mène le jeu et tient la place de Galilée lui-même, dont il se réclame à l'occasion, le désignant par son titre d'académicien. » De Gandt-Fréreux, Présentation, Seuil, 1992., p. 21-22.
>
> Sagredo et Salviati sont des personnages réels, deux fidèles amis de Galilée.

Le Dialogue est découpé en quatre journées :

- L'organisation générale de l'Univers
- Le mouvement de rotation diurne de la terre
- Le mouvement annuel
- La théorie des marées qui a pour lui une importance capitale.

L'opposition à Galilée relève la tête : le pape s'estime trahi et moqué (Simplicio). Galilée est sommé de se rendre à Rome, tergiverse et comparaît quatre fois devant l'inquisition. Le 22 juin 1633, il abjure dans les termes suivants :

> « Moi Galileo Galilei, fils de feu Vincenzo Galilei de Florence, âgé de 70 ans, comparaissant en personne devant ce tribunal,
>
> je jure que j'ai toujours cru, que je crois à présent, et que, avec la grâce de Dieu, je continuerai à l'avenir de croire tout ce que la Sainte Eglise Catholique, Apostolique et Romaine tient pour vrai, prêche et enseigne ;
>
> Mais parce que, après que le Saint Office m'eut notifié l'ordre de ne plus croire à l'opinion fausse que le soleil est le centre du monde et immobile et que la terre n'est pas le centre du monde et qu'elle se meut, et de ne pas maintenir, défendre ni enseigner, soit oralement, soit par écrit cette fausse doctrine ; après avoir été notifié que ladite doctrine était contraire à la Sainte Ecriture ;parce que j'ai écrit et fait

> imprimer un livre dans lequel j'expose cette doctrine condamnée, en présentant en sa faveur une argumentation très convaincante, sans apporter de solution définitive, j'ai été de ce fait soupçonné véhémentement d'hérésie, c'est à dire d'avoir maintenu et cru que le soleil est au centre du monde et immobile et que la terre n'est pas au centre et se meut. Pour ce, voulant effacer dans l'esprit de vos éminences et de tout chrétien fidèle, ce soupçon véhément, à juste titre conçu contre moi, j'abjure et je maudis, d'un cœur sincère et avec une foi non simulée, les erreurs et les hérésies susdites, et en général, toute autre erreur, hérésie et autre entreprise contraire à la Sainte Eglis ; je jure à l'avenir, de ne plus rien dire ni affirmer de voix et par écrit, qui permette d'avoir de moi de semblables soupçons, et s'il devait m'arriver de rencontrer un hérétique ou présumé tel, je le dénoncerais à ce Saint Office, à l'inquisiteur ou à l'ordinaire de mon lieu de résidence » (Seuil, p. 30-31).

Condamné à la prison à perpétuité. Le pape accepte qu'il se retire en résidence surveillée dans sa villa d'Arcetri. Quoique relativement isolé, il continue à travailler…génialement. Sa santé et sa cécité le freinent cependant. Il est aidé par Viviani et a des disciples remarquables : Torricelli, Cavalieri, Baliani…

Le grand-œuvre est encore à venir. Interdit de production sur l'astronomie, Galilée se retourne vers les mécaniques et les théories du mouvement. Comme l'écrit Maurice Clavelin : « l'ébranlement irrémédiable de l'ancienne physique, que le *Dialogo* n'avait pas réussi, les *Discorsi* vont le réaliser ».

1633 à 1638. Préparation et édition des *Discorsi e dimostrazione matematiche intorno a due scienze attenenti alla mecanica e i movimenti locali.* Galilée l'appelle souvent *Il mio trattato di movimento*. La rédaction a du commencer en 33 et se terminer en 36. Cavalieri, Mersenne … sont tenus au courant. Comment publier ? Tentatives vénitiennes, parisiennes et finalement à Leyde, chez les Elzevir.

Poursuite du Dialogue de 1632, avec les mêmes personnages, en quatre journées :

> Première journée : considérations générales sur les deux sciences nouvelles : la résistance des corps solides et le mouvement des projectiles
>
> Deuxième : la loi du levier et les forces de rupture
>
> Troisième : la science du mouvement local
>
> Quatrième : du mouvement violent des projectiles.

Succès immédiat : Mersenne, Pascal, Fermat, Descartes, Roberval, etc. les lisent et les commentent ; les anglais de même.

Il poursuit ses travaux, sur les chocs, la lumière, la théorie des proportions euclidienne (qui devrait faire une cinquième journée, préparée avec Torricelli). Il meurt en 1642…Newton naît.

TROIS MOMENTS

Trois moments sont classiquement repérés dans l'élaboration galiléenne de la loi de la chute ; trois fois où il l'énonce explicitement.

- Le frammento et la démonstration

D'abord le 16 octobre 1604 dans la lettre à son ami Paolo Sarpi et dans laquelle on peut lire

> " Réfléchissant aux problèmes du mouvement, pour lesquels, afin de démontrer les accidents observés par moi, il me manquait un principe absolument indubitable que je pourrais poser pour axiome. J'en suis venu à une proposition qui paraît suffisamment naturelle et évidente. Laquelle étant supposée, je démontre après tout le reste, notamment que *les espaces franchis par le mouvement naturel sont dans la proportion double du temps et que, par conséquent, les espaces franchis dans des temps égaux sont comme les nombres impairs à* partir *de l'unité* […] Le principe est celui-ci : que le

mobile naturel va en augmentant de vitesse dans la proportion même où il s'éloigne de son point de départ "[3]. (*fig.*1)

Point de départ : les vitesses augmentent en proportion des espaces parcourus lors de la chute. La variable du mouvement est donc l'espace.

Démonstrativement, Galilée dit en inférer que les espaces sont comme les carrés des temps.

Remarque sur « les nombres impairs »

t	0	1	2	3	4	5
e	0	1	4	9	16	25
Δe		1	3	5	7	9

Il y a là, bien entendu, un problème. Comment d'un principe faux, Galilée a-t-il déduit un résultat juste ?

- Le *Dialogo de 1632*

Le second exposé de la loi se trouve dans la seconde journée du *Dialogo*, publié en 1632 à Florence[4].

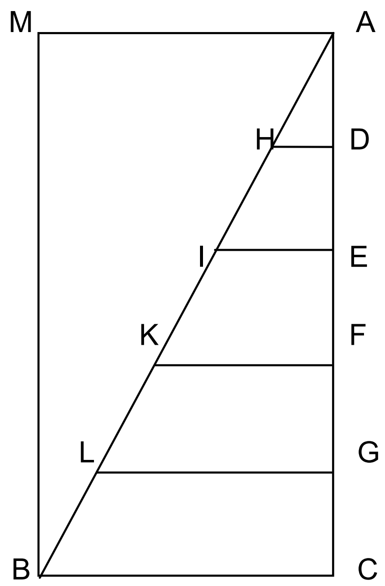
> Salviati : " Avant toute chose, il faut considérer comment le mouvement des graves qui se meuvent vers le bas n'est pas uniforme mais s'accélère continuellement à partir du repos. Cet effet est connu de tous […] Mais cette connaissance générale n'est d'aucun profit si on ne connaît pas dans quelle proportion se fait cet accroissement de vitesse, une conclusion, celle-ci, qui a été ignorée jusqu'à nos jours par tous les philosophes et qui a été retrouvée et démontrée par notre ami académicien. Celui-ci […] démontre comment l'accélération du mouvement en ligne droite des graves se fait suivant les nombres impairs à partir de l'unité […]ce qui, en somme revient à dire que *les espaces traversés par le mobile , en partant du repos, ont une proportion double de celle qu'ont les temps pendant lesquels ces espaces ont été mesurés, c'est-à-dire que les espaces sont entre eux comme les carrés des temps* "[5].
>
> Sagredo : Quelle chose merveilleuse ! et vous dites qu'il en existe une démonstration mathématique ?
>
> Salviati : Démonstration mathématique très pure…notre ami les a toutes (les belles propriétés des projectiles) trouvées et démontrées ; je les ai toutes vues et étudiées avec beaucoup de plaisir et d'émerveillement devant l'apparition d'une connaissance toute neuve, sur un sujet à propos duquel on a écrit des centaines de volumes ; et pourtant, dans l'infinité des admirables conclusions qu'on y trouve, aucune n'a été observée et comprise par qui que ce soit avant notre ami.

[3] *Le Opere di Galileo Galelei*. Ed. nazionale publicata da Antonio Favaro et *al*. (Firenze : G. Barbera, 1890-1909), t. X, p. 115. Nous avons cité la traduction d'A. Koyré, *id*., p.86.

[4] *Dialogo sopre i due massimi sistemi del mondo*, Fiorenza , Giovan Batista Landini, 1632, *in Le Opere…op.cit*. ,t. VII, p.217. L'édition française que nous suivons est celle de R. Fréreux et F. de Gandt, Paris, Seuil, 1992.

[5] Traduction de E. Festa, *Dialogo,* p.248-249 .

…Vous m’avez fait penser à ajouter quelque chose de plus... Dans le mouvement accéléré, l’augmentation de vitesse est continue…On pourrait d’ailleurs mieux expliquer ce que je veux dire en dessinant un triangle ABC ; sur le côté AC, prenons autant de parties égales qu’on voudra, AD, DE, EF, FG ; par les points D,E,F,G, traçons les lignes droites parallèles à la base BC ; imaginons que les parties marquées sur la ligne AC sont des temps égaux et que les parallèles tracées représentent les degrés des vitesses accélérées qui croissent également en des temps égaux, le point A étant l’état de repos…Si donc, on veut représenter l’infinité des degrés de vitesse qui précèdent le degré DH, on doit concevoir qu’il y a une infinité de lignes, tracées à partir de l’infinité des points de la ligne DA ; or cette infinité de lignes nous est finalement représentée par la surface du triangle AHD ; nous comprenons ainsi que tout l’espace parcouru par le mobile dont le mouvement, commençant par le repos, va en accélérant uniformément, a consommé et utilisé l’infinité des degrés croissants de vitesse…



Bref, les espaces parcourus sont représentés (mesurés) par la surface du triangle.

Quel est le rapport des espaces parcourus ? Par exemple e_c/e_f.

On a : e_c/e_f = ACB/AFK = AC.BC/AF.FK= AB/AF . BC/FK = AB/AF . AB/AF (Thales) = $AB^2/AF^2 = t_c^2/t_f^2$

Soit $\mathbf{e_c/e_f= t_c^2/t_f^2}$

Ce résultat est donc obtenu à partir d’un principe tout à fait différent de celui qui avait été donné en 1604, à savoir que

> “ les degrés des vitesses accélérées s’accroissent de quantités égales en des temps égaux ”

Le temps est devenu ‘sujet’ du graphique, sur la ligne de l’*extensio* où il a remplacé l’espace. Bien des problèmes sont ici implicites, qui concernent aussi bien la genèse de cette élaboration, le statut de la loi et notamment son degré de certitude, que les concepts et les méthodes employées dans l’exposé comme dans la démonstration (de quelle *vitesse* s’agit-il ? comment sont employés les indivisibles ? etc.

- Les *Discorsi* de 1638

Enfin, dans les *Discorsi*, publiés à Leyde en 1638, l'affaire est présentée de manière beaucoup plus systématique et discursive[6]. Un point nouveau et extrêmement important est posé puisque l'objet étudié est le "mouvement accéléré tel que la nature l'utilise "[7]. La capture de l'essence du mouvement est réalisée à partir des coïncidences expérimentales (une petite pierre accrochée à une grande, la flottaison…)

> C'est alors, considérant ces faits, qu'il me vint à l'esprit que si l'on supprimait totalement la résistance du milieu, tous les corps descendraient avec la même vitesse. (Première journée, EN. 116)

mais surtout à l'aide de considérations générales *a priori*, comme celle-ci :

> Nous avons été conduit comme par la main en observant la règle que suit ordinairement la nature dans toutes ses autres opérations, où elle a coutume d'agir en employant les moyens les plus ordinaires, les plus simples et les plus faciles [8].

« Du mouvement naturellement accéléré »

> Les propriétés du mouvement uniforme ayant été examinées dans le livre précèdent, il nous faut maintenant traiter du mouvement accéléré.
>
> Et il convient en premier lieu de trouver et d'expliquer une définition qui se rapporte avec précision a. ce mouvement, tel que la nature l'utilise. Rien en effet ne s'oppose à ce que l'on imagine un type arbitraire de mouvement dont on considérerait ensuite les traits caractéristiques (en fait | c'est ainsi que certains auteurs, après avoir inventé les hélices et les conchoïdes en combinant des mouvements auxquels la nature ne recourt pas, en ont démontré avec succès les propriétés *ex suppositione) ;* cependant, puisque la nature se sert d'une forme déterminée d'accélération dans la chute des graves c'est celle-ci que nous avons décidé de discuter, si toutefois notre définition du mouvement accéléré rejoint bien l'essence du mouvement naturellement accéléré Nous croyons fermement, après de longs efforts, y être parvenu; notre conviction s'appuie avant tout sur la correspondance et l'accord rigoureux qui semblent exister entre les propriétés que nous avons successivement démontrées, et. les résultats de l'expérience. Enfin dans cette étude du mouvement naturellement accéléré, nous avons été conduit comme par la main en observant la règle que suit habituellement la nature dans toutes ses autres opérations où elle a coutume d'agir en employant les moyens les plus ordinaires, les plus simples, les plus faciles. Car il n'est personne, je pense, pour admettre qu'il soit possible de nager ou de voler d'une manière plus simple ou plus facile que celle dont les poissons et les oiseaux se servent instinctivement.
>
> Quand donc j'observe une pierre tombant d'une certaine hauteur à partir du repos et recevant continuellement de nouveaux accroissements de vitesse, pourquoi ne croirais-je pas que ces additions ont lieu selon la proportion la plus simple et la plus évidente ? Or, tout bien considéré, nous ne trouverons aucune addition, aucun accroissement plus simple que celui qui toujours se répète de la même façon. Ce que nous comprendrons aisément en réfléchissant sur l'étroite affinité entre le temps et le mouvement : de même en effet que l'uniformité du mouvement se définit et se conçoit grâce à l'égalité des temps et des espaces (nous appelons un mouvement uniforme quand des espaces égaux sont franchis en des temps égaux), de même nous pouvons concevoir que dans un intervalle de temps semblablement divisé en parties égales des accroissements de vitesse aient lieu simplement ; | ce qui sera le cas si par

---

[6] *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due scienze attenenti alla mecanica e i movimenti locali*, Leyde, chez Louis Elzevir ; *in Opere*…, vol. VIII. L'édition française que nous suivons est celle de Maurice Clavelin, Paris, PUF, 1995.

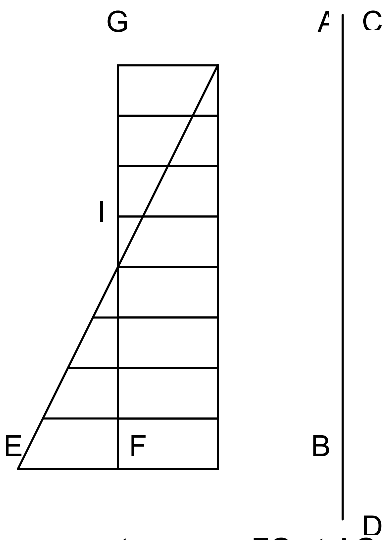
[7] P. 130 in Clavelin, *op. cit*.

[8] *id*. p. 131.

“ uniformément ”, et, du même coup, “ continuellement accéléré ” nous entendons un mouvement où en des fractions de temps égales quelconques se produisent des additions égales de vitesse. Ainsi, et quel que soit le nombre des parties égales de temps qui se sont écoulées depuis l'instant où le mobile, abandonnant le repos, a commence de descendre, le degré de vitesse acquis au terme des deux premières parties du temps sera le double du degré acquis durant la première partie ; ainsi encore, après la troisième partie le degré atteint sera le triple, et, après la quatrième, le quadruple du degré gagné dans la première partie; de sorte que pour plus de clarté, si le mobile devait contribuer à se mouvoir avec le degré ou moment de vitesse *(momentum velocitatis)* acquis durant le premier intervalle de temps, et conserver ensuite cette même vitesse uniformément, son mouvement serait deux fois plus lent que s'il s'était effectué avec le degré de vitesse acquis en deux intervalles de temps. Nous ne nous écarterons donc pas de la droite raison, si nous admettons que l'intensification de la vitesse *(intensionem velocitalis)* est proportionnelle à l'extension du temps (*fieri juxta temporis extensionem) ;* aussi la définition du mouvement dont nous allons traiter peut-elle se formuler comme suit : je dis qu'un mouvement est également ou uniformément accéléré quand, partant du repos, il reçoit en des temps égaux des moments *(momenta)* égaux de vitesse [75] […]

Les théorèmes principaux :

Théorème 1 — Proposition 1 (p.208)

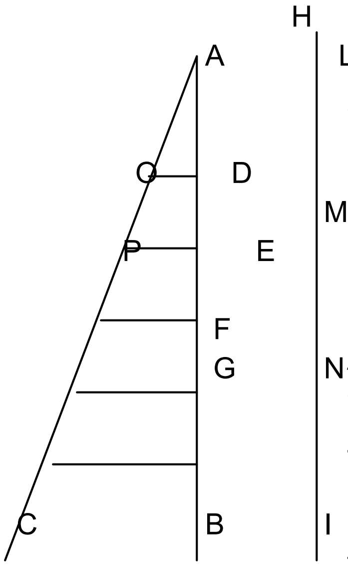


Le temps pendant lequel un espace quelconque est franchi par un mobile, partant du repos, avec un mouvement uniformément accéléré, est égal au temps pendant lequel, le même espace serait franchi par le même mobile avec un mouvement uniforme, dont le degré de vitesse serait la moitié du plus grand et dernier degré de vitesse atteint au cours du mouvement uniformément accéléré.

Représentons par la ligne AB le temps pendant lequel un mobile, partant du repos en *C,* franchira d'un mouvement uniformément accéléré l'espace CD ; on représentera le plus grand et dernier des degrés de vitesse acquis durant l'intervalle de temps AB par la ligne EB, formant avec AB un angle droit ; menons AE: les lignes équidistantes et parallèles à BE, tirées des différents points de la ligne AB, représenteront les degrés croissants de vitesse après l'instant initial A. Divisons BE en son milieu par le point F, et menons FG et AG respectivement parallèles à AB et FB ; le parallélogramme AGFB sera égal au triangle AEB, puisque GF coupe AE en son milieu, I, et que si, d'autre part, on prolonge les lignes du triangle AEB Jusqu'à GIF, la somme de toutes les parallèles contenues dans le quadrilatère sera égale à la somme des parallèles comprises dans le triangle AEB : en effet les parallèles du triangle IEF sont équivalentes à celles du triangle GIA, et celles que contient le trapèze AIFB sont communes. Comme à tous les instants, pris un à un, de l'intervalle de. temps AB correspondent tous les points, pris un à un, de la ligne AB, et comme les parallèles menées à partir de ces points à l'intérieur du triangle AEB représentent les degrés croissants de la vitesse grandissante, tandis que de leur côté les parallèles contenues dans le parallélogramme

représenteront autant de degrés d'une vitesse non croissante, | il s'ensuit que la somme des moments de vitesse, telle que l'expriment d'une part les parallèles croissantes du triangle AEB, et d'autre part les parallèles égales du parallélogramme GB, est la même dans le mouvement accéléré et dans le mouvement uniforme ; en effet, les moments qui font défaut dans la première moitié du mouvement accéléré (c'est-à-dire ceux que représentent les parallèles du triangle AGI) sont compensés par les moments que représentent les parallèles du triangle IEF. Il est donc clair que des distances égales seront traversées en des temps égaux par deux mobiles dont l'un, partant du repos, se meut d'un mouvement uniformément accéléré, et dont l'autre, animé d'un mouvement uniforme, se déplace avec un moment de vitesse égal à la moitié du plus grand moment de vitesse atteint par le premier. C.Q.F.D. [86].

Théorème II — Proposition II



Si un mobile, partant du repos, tombe avec un mouvement uniformément accéléré, les espaces parcourus en des temps quelconques par ce même mobile sont entre eux en raison double des temps, c'est-à-dire comme les carrés de ces mêmes temps.

Convenons de représenter par la ligne AB un flux de temps avec un premier instant A, et soient AD et DE deux intervalles quelconques pris dans ce temps ; soit la ligne HI le long de laquelle le mobile, partant du repos en H, descendra d'un mouvement uniformément accéléré ; soit encore HL l'espace franchi pendant le premier intervalle de temps AD, et HM l'espace franchi pendant l'intervalle AE. Je dis que le rapport de l'espace HM à l'espace HL est en raison double de celui que le temps AE a au temps AD, ou encore que les espaces HM et HL ont même rapport que les carrés de AE et AD. Traçons la ligne AC, faisant avec AB un angle quelconque. Des points D et E menons les parallèles DO et EP : si DO représente le plus grand degré de vitesse acquise à l'instant D de l'intervalle de temps AD, EP représentera, par définition, la plus grande vitesse acquise à l'instant E de l'intervalle de temps AE. Mais on a démontré plus haut (Th. I) à propos des espaces parcourus, que ces espaces sont les mêmes si un mobile, partant du repos, se meut avec un mouvement uniformément accéléré, et si, durant un même intervalle de temps, il se meut d'un mouvement uniforme, à une vitesse qui est la moitié de la vitesse maxima atteinte au cours du mouvement accéléré.

Il en découle que les distances HM et HL sont identiques à celles qui seraient traversées dans les intervalles de temps AE et AD, par des mouvements uniformes dont les vitesses seraient comme la moitié de EP et DO respectivement. Si donc on parvient à montrer que les espaces HM et HL sont | en raison double des temps EA et DA, la proposition sera établie. Or il a été démontré, dans la proposition 4 du livre 1, que les espaces franchis par des mobiles animés d'un mouvement uniforme sont entre eux dans un rapport égal au produit du rapport des vitesses et du rapport des temps. Dans le cas présent le rapport des vitesses est le même que le rapport des temps (en effet, le rapport de la moitié de EP à la moitié de DO, ou de EP à DO, est le même que le rapport de AE à AD), et donc le rapport des espaces traversés est bien égal au carré du rapport des temps. C.Q.F.D.

Si V_1 est la vitesse du mouvement uniforme devant remplacer le mouvement uniformément accéléré selon HL, on a $V_1 = DO/2$ si V_2 est la vitesse du mouvement uniforme devant remplacer le mouvement uniformément accéléré selon HM, on a $V_2 = EP/2$;

d'où $V_2/V_1 = EP/2 : DO/2$; mais $EP/DO = AE/AD$.

D'après la proposition 4 du livre 1, Espace HM / Espace HL = $V_2/V_1 \times T_2/T_1$

Donc Espace HM / Espace HL = EP/DO x AE/AD = AE/AD x AE/AD = T_2^2/T_1^2 cqfd

Il s'ensuit en outre que le rapport des espaces est égal au carré du rapport des vitesses terminales, c'est-à-dire des lignes EP et DO, puisque EP est à DO comme AE est à AD.

Corollaire I

De là résulte clairement que si nous prenons successivement un nombre quelconque d'intervalles de temps égaux, à compter du premier instant du mouvement, tels que AD, DE, EF, FG, pendant lesquels sont parcourus les espaces HL, LM, MN, NI, — ces espaces seront entre eux comme les nombres impairs à partir de l'unité, soit 1, 3, 5, 7 ; tel est en effet le rapport des différences entre les carrés de lignes se dépassant d'une même quantité égale à la plus petite d'entre elles, et tel est le rapport entre les carrés des nombres entiers à partir de l'unité. Alors donc que les degrés de vitesse augmentent en des temps égaux comme la simple série des nombres, les accroissements que subissent les espaces franchis pendant les mêmes intervalles de temps sont comme la série des nombres impairs *ab unitate.*

SAGR. Je vous demanderai, s'il vous plaît, d'interrompre votre lecture, le temps d'examiner une idée qui me vient juste à l'esprit ; pour que l'explication en soit plus claire, à la fois pour vous et pour moi, je fais un dessin. Je représente par la ligne AI l'écoulement du temps à. partir du premier instant A ; je mène par A, sous un angle quelconque, la droite AF, et après avoir joint les points I, F, et divisé le temps AI en son milieu C, je trace CB parallèle à IF. Considérant alors CB comme le degré maximum de la vitesse qui, commençant à zéro au moment initial A, augmente dans la même proportion que les parallèles à BC menées dans le triangle ABC (c'est-à-dire proportionnellement au temps), j'admets sans discussion, d'après ce qui a été dit, que l'espace franchi par un mobile dont la vitesse croît de cette façon, serait égal à l'espace qu'il franchirait si, pendant le même intervalle de temps AC, il se mouvait avec un degré de vitesse uniforme égal à EC moitié de BC. Si maintenant j'imagine que le mobile après être descendu avec un mouvement accéléré, possède à l'instant C le degré de vitesse BC, il est clair que s'il continuait à se mouvoir avec le même degré BC, sans plus accélérer, il parcourrait dans l'intervalle de temps suivant, CI, un espace double de celui qu'il a traversé dans le temps égal AC avec le degré de vitesse uniforme EC, moitié de BC ; mais comme le mobile descend avec une vitesse qui croît uniformément en des temps égaux, il viendra s'ajouter au degré CB, dans l'intervalle de temps consécutif CI, les moments d'une vitesse augmentant comme les parallèles du triangle BFG, égal au triangle ABC. Ajoutant donc au degré de vitesse GI la moitié du degré FG, c'est-à-dire du plus grand des degrés acquis au cours du mouvement accéléré (et représentés par les parallèles du triangle BFG), nous obtiendrons le degré de vitesse IN, caractérisant le mouvement uniforme équivalent pour l'intervalle de temps CI ; ce degré IN étant triple du degré EC, il s'ensuit que l'espace franchi durant le second intervalle de temps CI doit être triple de l'espace franchi pendant le premier intervalle AC. Si enfin nous prolongeons le temps AI d'une nouvelle partie égale IO, et agrandissons le triangle en APO, il est manifeste, si le mouvement se continuait durant tout le temps IO avec le degré de vitesse IF, acquis grâce au mouvement accéléré pendant le temps AI, il est manifeste, dis-je, comme IF est le quadruple de EC, que l'espace parcouru durant le temps IO serait le quadruple de l'espace parcouru pendant le premier intervalle égal AC. Mais le triangle FPQ traduit une augmentation de la vitesse engendrée par l'accélération uniforme de la même façon que dans le triangle ABC ; si nous réduisons alors cet accroissement à un degré de vitesse uniforme RQ, égal à EC [et l'ajoutons a IN], nous obtiendrons la totalité de la vitesse uniforme correspondant à un mouvement accéléré pendant le temps IO, et cette vitesse étant le quintuple de la vitesse uniforme correspondant au premier intervalle AC, l'espace traversé sera aussi le quintuple de l'espace traversé durant le premier temps AC. On aperçoit ainsi par ce simple calcul que les espaces franchis en des temps égaux par un mobile partant du repos, et dont la vitesse croît proportionnellement au temps, sont entre eux comme les nombres impairs comptés a partir de l'unité, 1, 3, 5, etc. ;

et si l'on compare directement les espaces, un espace parcouru dans un temps double représentera quatre fois l'espace parcouru pendant le temps simple, dans un temps triple neuf fois l'espace parcouru pendant le temps simple, et, en général, les espaces traversés sont en proportion double des temps, c'est-à-dire comme les carrés de ces temps.

Le second théorème déduit de ces données offre l'énoncé désormais classique de la doctrine galiléenne sur cette question capitale :

" Si un mobile, partant du repos, tombe avec un mouvement uniformément accéléré, les espaces parcourus en des temps quelconques par ce même mobile sont entre eux en raison double des temps, c'est-à-dire comme les carrés de ces mêmes temps "[9]

ce que la postérité a interprété –à juste titre- comme induisant la formule fameuse $x=kt^2$.

[9] *id.*, p. 140.

DESCARTES

Remarques biographiques. 1596-1650.

On a dressé le tableau de l'effort galiléen qui le conduit au succès. Il est généralement tenu pour acquis que l'effort concomitant de Descartes sur le même problème conduit le philosophe français à l'échec. Nous croyons que c'est là un bilan qui manque de nuances, ne serait-ce qu'en raison de l'existence de certains textes cartésiens dont les résultats coïncident avec le théorème de Galilée. Nombre de problèmes proprement physiques et mathématiques sont similaires chez les deux savants ; problèmes qui tiennent à l'élaboration des concepts de base de la cinématique (espace parcouru, vitesse, accélération, statut du temps de chute) et problèmes de composition du continu et de passage à la limite. Pour l'essentiel, ce qui constitue la *ligne de partage des eaux* entre eux est sans nul doute d'ordre philosophique : une doctrine de l'abstraction toute différente, voire opposée, une conception de la mathématisation des faits physiques elle aussi radicalement distincte.

Les textes que Descartes consacre au problème de la chute des corps couvrent en fait presque toute sa carrière scientifique, de 1618 à 1646. La plupart des passages sont brefs et extraits de lettres dont ils ne constituent pas l'unique sujet. Les premières tentatives suggèrent deux remarques : d'une part, Descartes admet qu'il ne peut mettre en équations, dans toute sa généralité, le mouvement de chute des corps réels, tel que sa doctrine de la gravité permet de l'expliquer. D'autre part, il se défend d'en vouloir donner une expression quantitative dans le vide et compte non tenu de la variation de la gravité. On ne trouvera donc, dans les textes de la maturité, ni une équation qui correspondrait à la réalité d'un phénomène général, ni une loi abstraite, comme celle que fournit Galilée.

Toute la réflexion cartésienne sur cette question se situe dans le contexte général d'une destruction de la doctrine aristotélicienne du mouvement et de l'émergence d'une nouvelle physique et le grand nombre des interventions de Descartes tient donc d'abord, et tout simplement, à l'importance du sujet.

Peut-on mettre en équation ?

L'aporie du cartésianisme. Le réel est trop différencié. Le cas galiléen ne correspond à rien de réel. Les artilleurs et la balistique galiléenne. Doit-on *abstraire ?*

Il faudra pourtant se résoudre à lui réserver –sur ce point- une place marginale dans le grand mouvement qui, avec Galilée, inaugure l'histoire de la science classique. Nous ne devons pas nous aveugler sur le caractère paradoxal de cette situation : Descartes, qui donne toute sa puissance à l'application de l'algèbre à la géométrie, paraît hésiter et suspendre l'application générale de la géométrie algébrique à la physique. C'est pourtant bien le problème d'une mise en équation des phénomènes que les contemporains posent à Descartes lorsqu'ils lui demandent de se prononcer sur la chute des graves. Or, pour Descartes, il n'est pas certain que les dimensions du problème de la chute peuvent faire l'objet d'une telle mise en équation.

Gaston Bachelard avait proposé une évaluation caricaturale de la science cartésienne en écrivant que “ le *Monde* cartésien de l'étendue n'est, à aucun titre, le *Monde* de la mesure. La physique de Descartes est une physique de l'objet non mesuré, une physique sans équations ”[10].

La difficulté est d'ailleurs aisément repérable puisque, parmi ses contemporains, Descartes occupe une position singulière. Pour Kepler, Mersenne, Galilée, Leibniz ou Newton, le Dieu créateur est d'abord un Dieu mathématicien, qui conforme sa création aux vérités éternelles. C'est pourquoi les mathématiques possèdent un statut univoque pour Dieu et pour l'homme qui, grâce à cet instrument, entreprend de connaître la réalité. Or l'on sait que, pour Descartes, Dieu crée librement toutes choses, y compris les vérités mathématiques, et ne s'y soumet pas : il n'est donc pas mathématicien comme l'homme peut et doit l'être. Par

---

[10] G. Bachelard, *L'activité rationaliste de la physique contemporaine*, Paris, PUF, 1951, p. 35.

conséquent, dans la visée de l'explication du *Monde*, l'usage des ressources mathématiques, abstrait de certains paramètres physiques, devient problématique.

EVOLUTION DE LA PENSEE CARTESIENNE SUR LA CHUTE DES GRAVES

Dans ses textes de jeunesse –il a entre vingt et vingt cinq ans- la chute des graves se présente comme un exercice théorique, proposé par son ami Isaac Beeckman. Il ne s'agit pas, en somme, d'un phénomène réel. Le mouvement décrit est fictif en ce sens qu'il admet le vide, et ne fait intervenir aucun attribut des corps. La théorie de la gravité est extrêmement conventionnelle; c'est l'attraction par la terre qui cause le mouvement. Les rôles du temps et de l'espace dans son analyse ne sont pas nettement distingués puisque le *minimum de temps* est tout aussi bien *un minimum d'espace* — l'un comme l'autre étant avant tout un minimum *de mouvement*. (*fig*.2)

Ces textes aboutissent à une 'loi du mouvement' très particulière en ce qu'elle se contente d'affirmer que les temps sont multipliées par quatre tiers si les espaces sont doublés, et que, d'autre part, le lecteur est vivement encouragé à adopter une généralisation de cette proportion ; le résultat de cette généralisation n'est pas élucidé.

Descartes a consacré les premiers mois de l'année 1629 à la rédaction d'un " petit traité de métaphysique "[11], puis, après avoir suspendu ce travail, s'est engagé dans la rédaction de ce qui deviendra le traité du *Monde*. C'est bien la réalité physique du phénomène de la chute qui est alors visée. Celui-ci, comme " tous les phénomènes de la nature ", devra prendre place dans la physique en constitution. Il est envisagé dans le cadre de notions qui ne sont plus gratuites mais relatives aux principes de sa physique — il s'agit en particulier du principe d'inertie. Dans les passages de cette période consacrés à la chute, Descartes évoque deux possibilités, comme des niveaux successifs de complexité de la question posée. Quelle est la chute d'un grave dans le vide ? mais aussi quels sont les effets de la résistance de l'air ? On sent une certaine hésitation sur ce second point : dans un premier texte, la prise en compte de cette résistance " ne tombe pas sous la science " car elle mène à des situations trop complexes, alors que dans un second, elle est nettement quantifiée à l'aide d'hypothèses qui évaluent la proportion de cette résistance et tentent de la combiner avec la loi " dans le vide ".

L'hypothèse du vide et d'une force constante de la gravité ne sont pas considérées comme incompatibles avec la possibilité même de la chute — au moins pour ce qui concerne le traitement mathématique du phénomène. En outre, la théorie cartésienne définitive de la gravité n'est pas encore élaborée et semble fortement influencée par la théorie médiévale de l'impetus : les corps ont leur propre gravité qui les accompagne sans discontinuer et s'épuise peu à peu. La notion de vitesse est elle aussi en évolution ; si Descartes a recours à l'idée traditionnelle de *mesure du mouvement accompli* il emploie aussi une " force de vitesse imprimée " qui joue le rôle des degrés de vitesse, assez proches de ce qu'ils sont dans les diagrammes galiléens.

Le début des années trente est une période de grande certitude générale sur les causes et les principes et de forte hésitation sur l'explication et la description du phénomène particulier de la chute des graves. Descartes achève son *Monde* et la doctrine de la pesanteur est établie à la fin de 1631. Un axe de la critique anti - galiléenne s'en trouve constitué, puisque Galilée méconnaît les vraies causes dans son exposé de la chute. Il y a plus grave : le vide est impossible selon Descartes et sans la matière subtile, entraînée autour du monde, il n'y a pas de gravité, donc pas de chute ; celle-ci est donc en principe expulsée de la physique cartésienne (voir l'encadré ci-joint). Ceci n'empêche pas Descartes d'étudier soigneusement, à cette époque, les proportions qu'on obtiendrait " quand tout cela serait vrai " et même de chercher quelle serait la vraie proportion du mouvement, dans l'air.

Qu'est ce que la pesanteur pour Descartes ??

[11] *Cf*. la lettre au père Gibieuf du 18 juillet, A.T. I, 17.

Exposée notamment dans le *Monde* et *Principia philosophiae*, la théorie cartésienne de la pesanteur illustre le souci d'expliquer tous les phénomènes de la nature à partir des seules notions de la mécanique (c'est-à-dire de l'action par contact), que Descartes oppose aux qualités occultes des scolastiques.

« La pesanteur ne consiste qu'en ce que les parties du petit ciel qui environne[la terre], tournant beaucoup plus vite que les siennes autour de son centre, tendent aussi avec plus de force à s'en éloigner et par conséquent les y repoussent » (*Le Monde*, XI)

Ainsi Descartes rejette-t-il les théories qui font de la pesanteur une qualité ou une vertu intrinsèque des corps qu'on nomme pesant ou alors de la Terre qui les attire vers soi. Il en permet une meilleure compréhension, puisque la pesanteur est réductible aux concepts habituels de la physique. Mais la complexité de l'hypothèse cartésienne, selon laquelle la pesanteur agit en fonction de la vitesse des corps lourds, interdit en retour d'en fournir une détermination calculatoire simple — d'autant que Descartes n'envisage pas de généraliser l'abstraction des principaux paramètres mis en jeu.

Un passage des *Anatomica*, écrit en 1636 dans une sorte de carnet de notes, consacré à la chute des graves concentre les complexités, les tensions et les hésitations caractéristiques du traitement cartésien de cette question. Descartes a alors renoncé à la publication du *Monde* et met la dernière main au *Discours* et aux *Essais*. Le problème est sérieux : c'est dans *Le Monde* que devaient être exposées les causes de la chute, point fort du philosophe, alors que la démonstration des effets (une loi de la chute notamment) s'avère résistante, voire inaccessible. On connaît la solution adoptée par Descartes; elle est radicale puisqu'il ne sera tout simplement pas question de la chute des corps ni dans le *Discours*, ni dans les *Essais*. Le court et dense texte des *Anatomica* montre que ce renoncement n'est pas total et la recherche continue dans des textes plus discrets.

Descartes y envisage la chute des corps, sous des hypothèses de plus en plus complexes. Ces hypothèses (variation de gravité, résistance) sont complètement exprimées par des moyens mathématiques, et plus précisément traduites en termes de proportions. On commence avec une chute dans le vide, à gravité constante, puis on fait une hypothèse intégrant la résistance du milieu; à la suite de quoi, une nouvelle hypothèse intègre la variation de gravité. Le texte se poursuit par la suggestion et la prise en compte d'autres causes ou paramètres non clairement désignés qui peuvent se combiner avec les précédents.

La mathématisation de ces situations est à la fois extrêmement ambitieuse et très peu performante dans ce texte. Descartes réaffirme la validité de la proportion des quatre tiers dans le vide ; il associe alors des progressions géométriques entre elles, puis géométrique et arithmétique en envisageant les cas de causes concourantes ou concurrentes. Le résultat demeure très allusif ; les moyens mathématiques font défaut et les mathématiques proprement cartésiennes s'avèrent impuissantes à atteindre une formalisation “ classique ” du problème.

Descartes revient sur la question a huit reprises dans un court intervalle de deux ans (1638-1640) ; cela seul suffirait à montrer l'intérêt qu'il lui porte (encore et toujours). Les caractéristiques de ces prises de position sont assez simples : la doctrine physique est stable, bien assurée. Ce qui semble beaucoup moins simple, c'est –décidément- le traitement mathématique dont le phénomène de la chute des graves est susceptible. Doit-il être écarté comme trop complexe, ou en raison de son peu d'importance en comparaison de la connaissance des causes

Ce groupe de textes montre bien qu'il souhaite toujours établir les proportions réelles entre les temps et les espaces lors de la chute d'un grave. Le problème n'est alors pas seulement un problème théorique ou philosophique ; il est rendu particulièrement actuel parce que Galilée vient d'en donner une solution décisive, et la qualité de son argumentation est reconnue dans toute l'Europe savante. La pression est donc forte sur Descartes et, plutôt que de rejeter la proportion acquise dans le cas (fictif) d'une chute dans le vide et à gravité constante, il l'intègre, comme approximative, comme un à peu près.

Reste à savoir comment Descartes apprécie la résolution de ce cas 'approximatif' puis envisage la solution réelle et générale. Dans les jugements qu'il porte sur la solution galiléenne, il n'est fait aucune allusion aux rôles respectifs du temps et de l'espace et Descartes déclare retrouver ses propres idées chez Galilée ; c'est qu'une conversion se prépare. Toujours sous réserve des compléments qui devront intégrer les autres causes à l'œuvre au cours de la chute (réserve qui reste le point de résistance anti-galiléenne), Descartes approche de la proportion galiléenne.

Les critiques anti-galiléennes des années 1633-1634 sont atténuées parce que Descartes a compris l'importance de la quantification de la loi de chute des graves. Or, même partiellement, même approximativement, Galilée a réussi une formidable ouverture dans la réalisation de cette tâche.

La véritable réussite, la seule qui vaille vraiment peut-être, serait de donner les proportions, compte tenu des situations que la physique cartésienne explique. Or un doute sérieux plane sur la possibilité d'y parvenir et l'on peut penser que la déficience de l'instrument mathématique est ici déterminante. Il ne s'agit pas seulement de rappeler que des causes innombrables peuvent entrer en ligne de compte au cours de la chute d'un corps ; il s'agit, plus radicalement, de savoir mettre en équations à la fois l'inertie, la gravité variable et la résistance du milieu. Descartes ne sait pas le faire, ses mathématiques ne le lui permettent pas.

Les ultimes interventions de Descartes sur le sujet sont dominées par la lettre qu'il envoie à Constantin Huygens en février 1643. Les *Principes* sont terminés et bientôt publiés. Or Descartes revient sur le problème de la chute de façon extrêmement précise, comme s'il complétait l'examen du détail des phénomènes engagé dans la troisième partie du manuel. Songeons d'abord à la forme qu'il donne à ses interventions : une lettre à Huygens redoublée par l'envoi d'une version équivalente à Mersenne. Autant dire qu'il s'agit d'officialiser et de donner de la publicité à ses raisonnements. La loi de la chute n'est pas exposée pour elle-même, mais employée comme un outil qui permet de résoudre une question pratique : elle est utilisée pour faire la théorie d'un fait expérimental, à savoir la trajectoire du jet d'eau.

Ce texte est admirable de netteté, de clarté dans les enchaînements, de précision dans sa structuration. Tout d'abord, le problème réel autorise à négliger certains paramètres comme la résistance de l'air et la variation d'altitude (" la différence n'est guère sensible " écrit Descartes) ; la doctrine générale de la gravité n'est pas évoquée ; le temps, grandeur extensive du mouvement, est bien la grandeur que l'on va mettre en relation avec les espaces et les vitesses. La vitesse globale laisse place nette à une unique notion de vitesse en un instant. La loi de la chute est exprimée, on ne peut plus clairement, à partir du principe de proportionnalité des vitesses aux temps écoulés, par la proportion doublée des espaces par rapport à celle des temps. C'est évidemment spectaculaire, même si Descartes prend quelques précautions pour rappeler que ces résultats théoriques peuvent s'écarter quelque peu des mesures concrètes en raison des simplifications que tolère le cas précis que l'on étudie. Le test expérimental est d'ailleurs convoqué ; nous sommes dans une physique de phénomènes tout à la fois complexes et effectivement observables ; la loi mathématique s'applique à un objet actuel et existant. Fort de ce succès, Descartes évoque à nouveau la possibilité d'aller plus loin dans la théorie balistique, en suggérant l'étude de la nature des courbes en jeu, mais, décidément, cette perspective est au delà des possibilités mathématiques qu'il peut ou veut bien employer.

PREMIER TEXTE : NOVEMBRE-DECEMBRE 1618. A.T. X.75-78.

Lapis in vacuo versus terrae centrum cadens, quantum singulis momentis motu crescat, ratio Descartes

Schéma : AT X, p. 76.

1- Descartes est engagé dans une discussion avec Beeckman sur la chute des corps graves. Le débat est général dans l'Europe savante et il est normal que ces deux jeunes gens y participent (les traités du mouvement sont nombreux notamment en Italie).

Comment tombent les corps est une question qui n'a reçu que des réponses qualitatives. C'est le thème d'ouverture de la troisième journée des *Discorsi* de Galilée : *Certaines [propriétés], plus apparentes, ont été remarquées tel le fait que le mouvement naturel des graves, en chute libre, est continuellement accéléré ; selon quelle proportion, toutefois se produit cette accélération, on ne l'a pas établi jusqu'ici*[12]. Cette exigence en fonction de laquelle l'étude de la chute des graves réclame l'exhibition des proportions qui décriraient cette chute se fait plus insistante au début du XVII^eme siècle.

Beeckman et Descartes ne discutent pas ici de la première question: pourquoi tombent les corps mais concentrent leurs efforts sur la mathématisation du phénomène[13]. La cause de la chute est 'acceptée' à titre tout à fait hypothétique par Descartes; l'hypothèse d'attraction ici admise par lui est complètement 'hors cartésianisme': elle suggère une attraction à distance, elle admet le vide, deux circonstances qui l'excluent radicalement de ce que sera la physique cartésienne.

2- La force - en tant qu'elle est cause du mouvement - est constante (elle sort de la terre de façon toujours égale) mais la force en tant qu'elle affecte ou qu'elle agit sur le mobile est cumulative. Descartes pose une analogie entre l'augmentation de cette force et celle des lignes transversales infinies. L'important consiste en l'affirmation d'une augmentation continue et uniforme de cette force dans le mobile.

3-La notion centrale de *minimum vel punctum motus* est construite à partir la *vis attractiva* qui lui est bijectivement associée et qui est un mode de la gravitation en même temps que la cause de ce *motus*; ces *minima* (de force, de mouvement) désignent ou induisent aussi, bien entendu, des *minima temporis.* Dans une première étape, le lissage continu n'est pas encore réalisé et le schéma est encore 'en escalier'; les divers *minima* ont une certaine *latitudinem.*

- en chaque instant, les forces d'attractions identiques et élémentaires s'ajoutent 'normalement', discrètement.
- les minima de mouvement, d'un même minimum de temps, s'additionnent comme les surfaces car les effets de causes qui s'additionnent (les forces) s'additionnent aussi.

C'est la règle d'addition des forces et des mouvements causés dans ces temps.

Les minima de mouvement sont constitués ou contiennent les forces surgies dans les minima de temps.

4- La ligne directrice de la démonstration cartésienne est la suivante: partant d'un donné en impulsions, c'est-à-dire d'un mouvement représentable 'en escalier' (ou seront fixées les notions d'espace traversé, de minima de mouvement, de temps de descente), il s'agit de

---

12 Galilée, *Discours concernant deux sciences nouvelles*, éd. Clavelin, puf, (1995), p.125.

13 J'entends ici *mathématisation* en un sens restreint : précisément celui que lui donne Galilée dans la dernière proposition de la citation précédente.

justifier le lissage en une figure triangulaire. Il faudra donc réaliser un passage à la limite qui ne sera d'ailleurs fondé ici que sur la seule intuition géométrique, puis exploité grâce à l'isomorphie *segment-temps-espace*.

Les différentes notions associées pour produire le mouvement (temps, forces, espaces traversés) dont les relations ont été décrites ‘en escalier’ conservent les mêmes relations lorsque l'on passe au lissage triangulaire du phénomène.

5- Les *vrais minima*. La réponse à l'objection ‘des *parties dépassantes’* consiste donc à élaborer les ‘vrais’ minima qui se rapportent à trois choses distinctes:

minimum d'espace parcouru (*minimum ad*) selon la ligne ‘de chute’, minimum de mouvement (*minima motus*) exprimé par les surfaces comme *arsq* et minimum de forces (*minima virium*) qui engendrent ces mêmes surfaces.

Sont donc minimisées ensemble: les lignes ou trajectoires de chute, les surfaces ou mouvement, les forces ajoutées ou causes et donc, les parties protubérantes. Ces trois quantités sont toutes ensembles redevables du principe des indivisibles (*Verum minimum, nempe punctum…*). C'est le *vrai minimum*.

Une nouvelle sorte d'addition est mise en œuvre, l'agrégation des indivisibles qui produit une progression continue du temps, de la force attractive, de l'espace traversé.

On a un passage à la limite seulement par intuition géométrique. Quoiqu'il en soit, l'objectif semble atteint puisque les parties protubérantes sont annulées.

Tant que l'on a considéré des minima ou points de mouvement (*primum minimum vel punctus motus*) avec une largeur, ils ont été imaginés et en quelque sorte ‘faux’ car approximatifs comme l'est le schéma en escalier. Si on prend les vrais minima, on a bien la figure triangulaire.

Ex quibus patet

Sans qu'il y ait besoin d'argument supplémentaire on peut conclure dès lors que la progression en nombre triangulaire a été démontrée.

Les constituants du phénomènes: forces, mouvements, espaces parcourus, temps sont concevables ponctuellement et non plus selon des intervalles, même très courts:

Deux remarques importantes. *Celeritas* et *Extensio*.

6- Une source de nombreuses fautes de lecture et d'interprétation des textes cartésiens sur la chute réside dans les contresens commis à propos de la vitesse (*velocitas* ou *celeritas* en latin).

Vitesse, *velocitas* ou *celeritas*, employés seuls, ne désignent pas la vitesse dans l'instant, ou en ‘un point de trajectoire’. Les notions qui anticipent notre concept de vitesse instantanée sont explicites; il est alors question de ‘degré de vitesse’, de *gradus velocitatis* etc. dans la terminologie issue des scolastiques du XIV^{e} siècle, ce peut être l'*intensio motus* ou même l'*impetus*.

La vitesse moyenne, comme rapport fonctionnel de la distance parcourue au temps de parcours n'a pas cours.

La vitesse, telle qu'elle est en usage dans la tradition pré - classique (avant Galilée), que P. Souffrin nomme ‘vitesse holistique’ (je préfère ‘globale’) est la **mesure** d'un mouvement accompli, c'est-à-dire en un temps écoulé ou/et dans un espace parcouru. En conséquence, lorsqu'il est question de comparer des vitesses, deux lectures (et deux seules) sont possibles. En des temps égaux, les vitesses sont comme les espaces parcourus (ce qui n'entraîne pas l'uniformité) ou sur des espaces égaux, les vitesses sont inversement comme les temps. Une autre conséquence en est que, lorsqu'il est question de la ‘force du mouvement’, c'est de sa ‘grandeur’, c'est-à-dire de sa mesure, et donc de sa vitesse: un mouvement 'fort’ est un mouvement rapide.

Admettre cette simple proposition, que la vitesse pré - classique est la vitesse cartésienne (sauf dans certains textes tardifs examinés ce dossier) et qu'elle désigne la mesure d'un mouvement accompli, entraîne deux conséquences:

1. Tout ce qui désigne la mesure du mouvement est susceptible d'être considéré comme synonyme de vitesse: par exemple, la 'force de mouvement', la 'quantité de mouvement' (avant que cette expression ne reçoive un autre sens dans le *Monde* et les *Principes)*.

2. Les représentations figurées (en général les triangles et trapèzes) sont dès lors des représentations normales de cette vitesse-là; et donc, lorsque les espaces parcourus sont en *extentio*, elles donnent les proportions inversées des temps de parcours sur des espaces égaux.

7- La question de *l'extensio*.

Même s'il est vrai que l'idée fonctionnelle est anachronique et étrangère à ces réflexions, une forme quantifiée de mise en relation est finalement proposée et la question de l'*extentio* n'est pas hors sujet ou sans importance. Ce que je souhaite montrer tient en deux propositions:

1)Au niveau du *minimum*, la considération est neutre tant il est assuré que les minima motus sont *aussi bien associés* aux minima temporum qu'au minima spatium. Ce qui importe est qu'en ces minima (aussi bien de temps que d'espace) s'accumulent des *forces de mouvement, ou minima motus,* ou *momenta* qui constitueront le mouvement lui-même, c'est-à-dire qu'ils exprimeront la vitesse.

2)En un second moment conceptuel, le mouvement accompli s'interprète et se mesure, selon qu'il est considéré en un temps donné (les temps seraient alors en *extentio*), ou alors selon qu'il est considéré dans un espace donné (les espaces sont alors en *extentio*). Evidemment, la 'neutralité' précédente est hors de propos; cette neutralité au niveau des *minima* s'actualise dans l'interprétation du mouvement accompli et les dimensions de la figure reçoivent un sens physique. Il est parfaitement net que le choix d'actualisation fait par Descartes est presque toujours (sauf dans les derniers textes) celui des espaces en *extentio*.

Il faut examiner de près la question de l'*extensio* telle qu'elle se présente dans ce premier texte. (p.76, l.1-2). Il est exact que, dans cette partie du texte qui commente le dessin de la page 76, la ligne *ab* n'est pas désignée comme l'espace ou la trajectoire et il semble que l'on puisse interpréter le texte jusqu'à *"Ex quibus patet…"* (p.77, l.8) avec le temps en extensio. C'est d'ailleurs ce que fait Beeckman qui a quelques raisons de retenir le temps.

Mais, à partir de là, dans ce qu'on peut prendre pour la partie synthétique du texte, le choix est fait de l'espace en *extensio* et la ligne *ab* est clairement désignée comme trajectoire du mouvement du mobile. Nous nous trouvons donc face à une sorte de contradiction ou d'une ambiguïté du texte. Je crois qu'il est possible d'en retenir une partition du texte en

- une première partie analytique qui décompose le mouvement en *minima*, qui montre la convergence en triangle de la situation en escalier;
- puis une seconde partie synthétique qui saisit le diagramme limite, c'est-à-dire triangulaire et expose la 'réalité' du mouvement, selon sa trajectoire qui impose d'avoir les espaces en *extensio*. Je crois qu'il n'est en effet pas possible de lire la seconde partie du texte (et le second schéma) avec une extentio temporelle.

8- Une loi du mouvement ?

Il reste à interpréter physiquement - on pourrait dire 'dans le temps'- ce résultat géométrique. Interprétation qui 'va de soi' (encore un *ut patet*) pour Descartes. La partie *gb* est parcourue trois plus vite que l'autre partie moitié *ag.*

Ici, les parties sont les parcours, dessinés par la verticale *ab*. Dans ces espaces parcourus ont agi des forces et ont été générés des mouvements. Or, les mouvements sont proportionnels aux forces, ces forces aux aires des trapèzes correspondants:

pour un même espace parcouru, *triplo majori vi* entraîne*triplo celerius* donc pour un même espace parcouru, l'aire des trapèzes est proportionnelle à la vitesse.

C'est l'unique occurrence de *celerius* dans ce texte sur la vitesse de chute des graves. La vitesse est uniquement présente pour indiquer que des espaces égaux sont parcourus en des temps inversement proportionnels: *triplo celerius* dit *en trois fois moins de temps.* Il est donc clair qu'il n'y a pas ici de vitesse instantanée, ni de vitesse moyenne, mais un certain mode du mouvement, relatif à un certain parcours effectué; on pourrait parler de vitesse globale.

Dès lors, les trapèzes représentent la force du mouvement accompli le long de la portion verticale correspondante. Cette force du mouvement relative à des espaces parcourus égaux est proportionnelle à la *rapidité* du mouvement. Sur un espace parcouru, la force du mouvement donne sa *rapidité*.

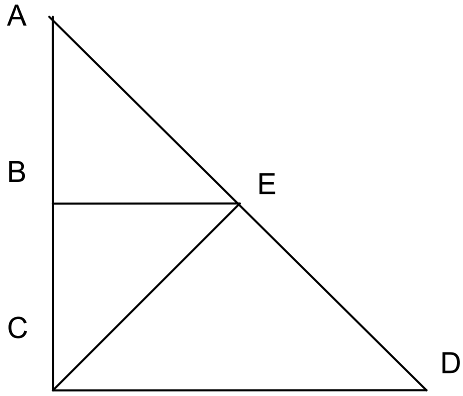
Il est sous-entendu (comme allant de soi) que les temps de parcours de distances égales sont inversement proportionnels à ces trapèzes. D'où le résultat. On a donc - en principe - une expression du temps nécessaire pour parcourir telle ou telle succession d'espaces égaux: le second espace égal est parcouru en 1/3 du temps du premier. C'est la fameuse proportion 4/3 pour doubler l'espace: t(2e) : t(e) :: 4:3.

Le résultat en 4/3 constitue la loi quantifiée telle que Descartes la défendra très longtemps.

2- Autre orientation :

Dans un texte du 13 novembre 1629 (A Mersenne, AT I, 72-73), Descartes donne une indication sur les résultats plus généraux que l'on pourrait tirer de *sa proportion fondamentale*.

Dans quelle proportion cette vitesse augmente, on le démontre dans le triangle ABCDE [...]Et comme le trapèze BCDE est trois fois plus grand que le triangle ABE, comme on le voit avec évidence, il s'ensuit que le poids descendra trois fois plus vite de A à C que de A à B: c'est-à-dire que s'il descend en trois moments de A en B, il descendra de B en C en un seul moment; c'est-à-dire qu'il franchira deux fois plus de chemin en quatre moments qu'en trois, et par conséquent deux fois plus de chemin en 12 moments qu'en 9, quatre fois plus en 16 moments qu'en 9 et ainsi de suite.



Il n'est pas très difficile d'interpréter ces proportions en partant du principe :

l'espace est multiplié par 2,lorsque le temps est multiplié par 4/3.

On a :

3T → 4T alors e → 2e

9T → 12 T alors e → 2e

12T→ 16T alors 2e → 4e

Les deux derniers résultats donnent bien 9t → 16 t alors e → 4e

D'une façon générale on aurait :

$T \rightarrow (4/3)^n.T$ alors $e \rightarrow (2)^n.e$. Ce qui correspond aux proportions annoncées par Descartes.

Il est intéressant de comparer avec une interprétation *géométrique* de la généralisation.

On a vu que

Pour les quatre premiers espaces (soit, lorsque e est multiplié par 4),

$T_4 = T (1 + 1/3 + 1/5 + 1/7) = 176/105$

Or, $16/9 \cong 1,78$ et $176/105 \cong 1,76$

Les deux généralisations sont de nature tout à fait distinctes. Il est possible que les valeurs assez proches obtenues pour des valeurs petite de *n*, aient autorisé Descartes à assimiler cette double voie.

Dans les textes suivants, c'est la généralisation selon les puissances (selon le calcul) qui est suggérée ou utilisée.

Si on reprend la solution algorithmique de Descartes, le problème est :

avec un temps choisi de la forme $(4/3)^n$, trouver l'espace franchi, de la forme 2^m.

C'est une technique examinée, dite des proportions continuées.

Traduction

NOVEMBRE-DECEMBRE 1618. A.T. X. 75-78.

Lapis in vacuo versus terrae centrum cadens, quantum singulis momentis motu crescat, ratio Descartes

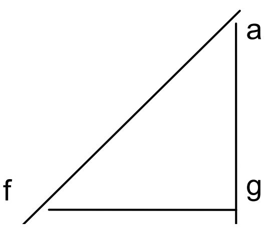
Ecrits de Descartes, insérés dans le journal de Beeckman. Les titres et sous titres sont de Beeckman.

Pierre tombant dans le vide vers le centre de la terre: combien elle augmente de mouvement à chaque moment, démonstration de Descartes

Dans la question proposée, où l'on imagine qu'en chacun des temps, s'ajoute une **nouvelle force**, par (avec ?)laquelle le corps grave tend vers le bas; je dis que cette force augmente de la même manière que les lignes transversales *de*, *fg*, *hi* et d'autres transversales en nombre infini qui peuvent être imaginées entre elles. Pour faire cette démonstration, je prendrai pour premier **minimum ou point de mouvement** causé par la première **force d'attraction de la terre** qui puisse être imaginée, le carré *alde*. Pour le second minimum de mouvement, nous aurons le double, soit *dmgf* : en effet la force qui existait dans le premier minimum **perdure** et une nouvelle force, égale à la première, s'y **ajoute**. De même, dans le troisième minimum de mouvement, il y aura trois forces, soit celle du premier, celle du second, celle du troisième **minimum de temps** &c. Or, ce nombre est triangulaire, comme je l'expliquerai peut-être ailleurs plus en détail, et il apparaît que la figure triangulaire *abc* le représente. Mais, dira-t-on, il y a des parties protubérantes *ale, emg, goi, &c.*, qui dépassent de la figure triangulaire. Cette progression ne doit donc pas être expliquée par la figure triangulaire. Mais, je réponds que ces parties protubérantes tirent leur origine du fait que nous avons donné une largeur aux minima qui devraient être imaginés comme des indivisibles et comme n'étant constitués d'aucune partie. Voici la démonstration : je diviserai ce minimum *ad* en deux parties égales, en *q*; dés lors *arsq* est le (premier) minimum de mouvement & *qted* est le second minimum de mouvement dans lequel il y aura deux **minima de forces.** Divisons de même *df*, *fh*, &c. Alors, nous aurons les parties protubérantes *ars, ste,* &c. Elles sont plus petites que la partie protubérante *ale*, comme il apparaît avec évidence. De nouveau, si pour minimum je prends quelque chose de plus petit, comme $a\alpha$, les parties protubérantes seront encore plus petites, comme $a\beta\gamma$, &c. Et si, finalement, je prends pour ce minimum, le **vrai minimum**, soit le point, alors ces parties protubérantes seront nulles, parce qu'elles ne peuvent être le point entier, comme il apparaît avec évidence, mais seulement la moitié du minimum *alde*; or la moitié d'un point est une partie nulle. De ceci, il apparaît avec évidence que, si par exemple on imagine une pierre attirée dans le vide de *a* jusqu'à *b*, par la terre, avec une force dont le flux viendrait d'elle de façon toujours égale, pendant que la précédente force subsiste, le premier mouvement en *a* se trouve par rapport au dernier qui est en *b*, comme le point *a* se trouve par rapport à la ligne *bc*; et que la moitié *gb* est parcourue trois fois **plus vite** par la pierre que l'autre moitié *ag,* parce qu'elle est attirée par la terre avec une force trois fois plus grande: car l'espace *fgbc* est le triple de l'espace *afg* comme on peut facilement le prouver; et il faut en dire autant des autres parties en proportion.

Cette question peut être proposée plus difficilement de la manière suivante : imaginons qu'une pierre est immobile au point *a* et que l'espace entre *a* et *b* est vide; qu'alors, premièrement, par exemple, à la neuvième heure d'aujourd'hui, Dieu crée en *b* une force qui attire la pierre, et qu'ensuite, en chaque moment, il crée une force nouvelle et nouvelle, qui soit égale à celle qu'il a créée au premier moment; que cette force jointe à celle créée antérieurement, attire la pierre toujours plus fort parce que dans le vide dans le vide ce qui est mis en mouvement se meut toujours ; et qu'enfin la pierre qui était en *a*, parvienne en *b* aujourd'hui à la dixième heure.

Si l'on demande en combien de temps elle a parcouru la première moitié de l'espace, soit *ag* et en combien le reste, je réponds que la pierre est descendue le long de la ligne *ag* en 1/8 d'heure, le long de l'espace



gb en 7/8 d'heure. Il faut alors en effet faire une pyramide sur base triangulaire dont la hauteur soit *ab* et coupée d'une manière quelconque, ainsi que toute la pyramide, par des lignes transversales à égale distance de l'horizon. La pierre parcourra les parties inférieures de la ligne *ab* d'autant plus vite qu'elles se trouvent sous les plus grandes sections de la pyramide tout entière.

« La quantification de la chute d’un grave »

UN EXTRAIT DE LETTRE A HUYGENS DE 1643 ET

DEUX EXTRAITS DE LETTRES A MERSENNE DE 1643

Lettre à Huygens 18-19 février 1643, A.T.III, p.619-631.

…Les raisonnements que vous verrez ici […] me semblent si vrai que…

Soit le tuyau AB, long de quatre pieds, dont la quatrième partie est BF. On a trouvé par expérience que, lorsqu'il est plein d'eau jusques en haut, son jet horizontal est BD, et lorsqu'il n'est plein que jusques à F, ce jet horizontal est BC en sorte que, BH étant perpendiculaire à l'horizon, HD est double de HC. On a trouvé aussi que le jet vertical de B vers A est de huit pouces lorsque ce tuyau n'est plein que jusques à F, mais qu'il est de trois pieds & 1/4 lorsque ce tuyau est tout plein & on en demande la raison.

Sur quoi je considère que la nature du mouvement est telle que lorsqu'un corps a commencé à se mouvoir, cela suffit pour faire qu'il continue toujours après avec même vitesse et en même ligne droite jusqu'à ce qu'il soit arrêté ou détourné par quelque autre cause.

Je considère aussi , touchant la pesanteur, qu'elle augmente la vitesse des corps qu'elle fait descendre, presque en même raison que sont les temps pendant lesquels ils descendent; en sorte que, si une goutte d'eau descend pendant deux minutes d'heures, elle va presque deux fois aussi vite à la fin de la seconde qu'à la fin de la première, d'où il suit que le chemin qu'elle fait est presque en raison double du temps, c'est-à-dire que si, pendant la première minute elle descend de la hauteur d'un pied, pendant la première et la seconde ensemble, elle doit descendre de la hauteur de quatre pieds. Ce qui s'explique aisément par le triangle ABC, dont le côté AD représente la première minute & l'espace ADE représente le chemin qu'elle fait cependant qui est la longueur d'un pied. Puis DB représente la seconde minute, BC la vitesse de l'eau en cette seconde minute, qui est double de la précédente, et l'espace DECB le chemin, qui est triple du précédent. Et on y peut aussi remarquer que si cette goutte d'eau continuait à se mouvoir vers quelque autre côté, avec la vitesse qu'elle a acquise par la descente d'un pied de haut pendant la première minute, sans que la pesanteur lui aidât après cela, elle ferait pendant une minute, le chemin représenté par le rectangle DEFB, qui est de deux pieds. Mais si elle continuait à se mouvoir pendant deux minutes avec la vitesse qu'elle a acquise en descendant de quatre pieds, elle ferait le chemin représenté par le rectangle ABCG qui est de huit pieds […]

J'ajouterais que les proportions que j'ai tantôt déterminées ne sont pas justes à cause que l'action de la pesanteur diminue à mesure que les corps se meuvent plus vite et aussi à cause que l'air leur résiste davantage. mais je crois que la différence que cela peut causer en la descente de l'eau dans un tuyau de quatre ou cinq pieds, n'est guère sensible.

Ces choses étant posées, je calcule ainsi le jet horizontal du tuyau AB.

Puisque chaque goutte d’eau sort deux fois aussi vite par le trou B, quand le tuyau est tout plein, que quand il n’est plein que jusques à F, étant conduite de B vers E par la situation de ce trou, elle doit continuer par après à se mouvoir deux fois aussi vite en ce sens-là. de façon que si par ce mouvement, elle arrive, par exemple au point E au bout d’une minute, quand le tuyau est tout plein, elle arrivera justement au point N qui est la moitié de la ligne BE au bout de la même minute si le tuyau n’est plein que jusques à F. Mais avec cela, elle a aussi un autre mouvement que lui donne sa pesanteur & qui fait que, pendant cette minute, elle descend de la longueur de la ligne BH sans que la vitesse ou tardiveté de son premier mouvement change rien en celui-ci. c'est pourquoi, ces deux mouvements la feront arriver au point D, au bout d'une minute quand le tuyau est tout plein et au point C quand il n'est plein que jusqu'à F. Et même à cause que la pesanteur lui fait faire plus de chemin pendant les dernières parties de cette minute que pendant les premières, & ce en raison double des temps, de là vient que les lignes BC et BD ne sont pas droites, mais ont la courbure d'une parabole, ainsi que Galilée a fort bien remarqué. Et je ne vois rien qui puisse changer sensiblement cette proportion double du jet horizontal [...]

Je calcule aussi le jet vertical en considérant les deux mêmes mouvements en chaque goutte d'eau, à savoir celui de la vitesse que lui donne la hauteur du lieu d'où elle vient, lequel la fait monter également de bas en haut, avec celui de sa pesanteur qui la fait cependant descendre inégalement de haut en bas; en sorte qu'elle monte toujours pendant que la vitesse que lui donne sa pesanteur est moindre que celle de son autre mouvement; mais qu'elle commence à redescendre sitôt que cette vitesse surpasse l'autre et que le plus haut point auquel elle monte, est celui où elle sont égales. Ainsi donc, quand le tuyau n'est plein que jusqu'à F, elle a, en sortant par le trou B, la vitesse représentée ci-dessus par la ligne DE laquelle, étant conduite de B vers A par la situation du trou, lui fait faire en montant pendant une minute le chemin représenté par le parallélogramme DEFB qui est de deux pieds; mais pendant cette même minute, sa pesanteur lui fait faire en descendant le chemin représenté par le triangle ADE qui est d'un pied lequel étant déduits des deux pieds qu'elle monte, il reste encore un pied dont elle se trouve haussée pendant cette minute au bout de laquelle sa pesanteur lui donne justement la vitesse représentée par la ligne DE c'est-à-dire égale à son autre vitesse qui la faisait monter et l'augmente toujours par après. C'est pourquoi elle ne peut monter plus haut qu'un pied, mais elle peut bien ne monter pas du tout si haut pour d'autres raisons. Tout de même quand le tuyau de quatre pieds est tout plein, chaque goutte d'eau qui en sort par le trou B montant également avec la vitesse représentée par la ligne BC, fait en deux minutes le chemin représenté par le parallélogramme ABCG qui est de huit pieds & pendant ces deux mêmes minutes sa pesanteur lui fait faire en descendant le chemin représenté par le triangle ABC qui est de quatre pieds lesquels étant déduits des huit qu'elle monte, il en reste quatre dont elle s'est haussée pendant ces deux minutes au bout desquelles sa pesanteur lui donne justement la vitesse représentée par la ligne BC, de façon qu'elle cesse de monter; & par ce calcul, le jet vertical se trouve toujours égal à la hauteur que l'eau a dans le tuyau [...]

XXIII- Lettre à Mersenne, 23 mars 1643, A.T.III, p.637-644

...je suis bien aise que ce que j'avais envoyé à M^{r} de Zuylichem, touchant le jet des eaux, se rencontre avec vos pensées. Si on me fait l'honneur de me prendre pour arbitre ou juge, comme vous dites, je ne répondrais rien que je ne tâche de bien prouver.

Je voudrais bien pouvoir répondre exactement à la question que vous me proposez comme la principale de votre lettre, pour déterminer la portée horizontale d'une arme à feu, en ayant la verticale; mais c'est chose que je ne crois pas possible, si on ne suppose d'autres *data*.

Je voudrais bien aussi vous déterminer le jet d'eau de 45 degrés, lequel, sans aucun calcul, je crois être une parabole: à savoir, en ne supposant que les principes mis en mon écrit, sans considérer la résistance de l'air ni la diminution de la force qui cause la pesanteur. Mais pour le démontrer et en trouver l'axe et la grandeur il me faudrait peut-être plus de temps que je n'en ai avant que le messager parte, qui sera à ce soir. C'est pourquoi, je n'en puis faire le calcul, mais tous ceux qui savent un peu d'algèbre le peuvent faire aisément, en leur proposant ainsi la question.

Soit ABCD une planche de bois ou autre matière inclinée de 45 degrés sur l'horizon AE ou BF, et qu'on l'imagine être haussée d'AB vers CD toujours d'égale vitesse et gardant toujours la même inclinaison sur l'horizon, pendant qu'une fourmi marche dessus d'un pas inégal et augmentant sa vitesse en même raison que les corps pesants qui descendent en l'air libre, et que cette fourmi marche suivant la ligne CG perpendiculaire sur l'horizon, en sorte que, lorsque le bout de la planche CD était où est maintenant l'autre bout AB, la fourmi, qui était au point C a commencé à se mouvoir vers G. Et parce que son mouvement plus tardif que celui de la planche qui est toujours égal, elle a été quelque temps sur l'horizon, mais parce qu'il est devenu par après plus vite, elle a dû descendre par après, et ainsi, les deux mouvements d'elle et de la planche lui ont fait descendre la ligne courbe AD. Vous demandez qu'elle est cette ligne, car c'est la même que les jets d'eau et il ne faut savoir que le calcul pour la trouver. M^r^ Roberval ou quelque autre la trouvera facilement.

Commentaire de la lettre à Huygens, texte XXII.

En 1643, les *Principes de la Philosophie* sont à peu près terminés, bientôt publiés. La doctrine physique est donc complètement arrivée à maturation. La lettre est assez longue, très travaillée (elle comporte des variantes) et elle est adressée à Huygens de telle sorte qu'elle acquiert un statut quasi public. Nous sommes loin de la 'note de travail' à caractère privé. Pour ces raisons, l'exposé qui nous y est donné ressort complètement du corpus général de la physique cartésienne.

Le sujet traité et les résultats obtenus concernent une longue discussion qui a été engagée avec Mersenne depuis plusieurs années à propos des jets d'eau. Une place considérable y fut consacrée aux expérimentations que Descartes a vivement encouragées et que le minime a conçues et menées avec grand soin et beaucoup de précision. Comme un aboutissement, est ici donnée la théorie du phénomène étudié. L'analyse cartésienne va établir le premier grand principe de l'hydraulique - connu comme *Principe de Torricelli* - et selon lequel 'Les vitesses de sortie de l'eau par un trou situé au bas d'un cylindre sont en raison doublée des hauteurs de remplissage des dits cylindres'[14].

Les résultats sont acquis à partir de raisonnements assurés, nous dit Descartes. Leur vérité est telle que l'on peut miser sans retenue sur cette certitude (jusqu'à des millions d'écus).

Si cette lettre - qui traite des jets d'eau - a toute sa place dans ce dossier, c'est précisément parce que la théorie de la chute des graves y joue le rôle principal ; elle en constitue le noyau rationnel.

Descartes met en place le schéma du dispositif à analyser : un tuyau vertical, partagé en quatre portions d'un pied chacune et se terminant, à la base, par un trou d'évacuation horizontal. Il rappelle le résultat expérimental obtenu quant à la longueur du jet selon la hauteur de remplissage (fig. 1).

Immédiatement, un long *excursus* nous ramène à la chute des graves. Descartes « considère » deux principes :

Le principe d'inertie, excellemment rédigé, conformément à ce qu'il sera dans les *Principes* (*Cf.* p.619 ; l.10-15). Il n'y a là rien qui puisse surprendre.

Un principe inédit dans le corpus cartésien caractérisant l'action de la pesanteur. « Touchant la pesanteur, [...] elle augmente la vitesse des corps qu'elle fait descendre, presque en même raison que sont les temps pendant lesquels ils descendent » (p.619 ; l.16-19).

Quatre questions s'imposent : qu'en est-il du temps ? qu'est-ce ici que la vitesse ? qu'en est-il du vide et aussi de la variation de gravité, notions qui semblaient inévitables dans les études concernant justement la pesanteur ?

Aux deux premières questions, nous obtenons des réponses immédiates : le temps est la grandeur mise en *extensio* dans l'analyse du mouvement de chute. « Le côté AD [du schéma triangulaire] représente la première minute [...] puis BD représente la seconde minute » (p.619-620) (fig. 2).

Voilà qui constitue évidemment un grand changement par rapport à la majorité des textes de ce corpus, mais quelques lettres antérieures nous y avaient préparé.

La vitesse est la vitesse dans l'instant, le *gradus velocitatis* ; elle est bien équivalente à la vitesse galiléenne. « Le coté DE représente la vitesse à la fin de la première minute » (p.619). La vitesse à laquelle nous avait habitués les textes précédents, la vitesse pré-classique a disparu ; la conversion est radicale. On est donc en présence d'une modification décisive des conceptions que se fait Descartes des notions centrales de la cinématique ; cette modification est à la fois considérable puisqu'elle est une contribution importante à la naissance de la cinématique classique, mais, en même temps, elle s'opère très discrètement. A aucun moment, il ne rend compte de ce changement conceptuel.

[14] Comme je l'ai déjà signalé, cette lettre et l'exposé du principe hydraulique ont été étudié par M. Blay dans *La naissance de la mécanique analytique*, PUF, 1992, p. 334 *sq*.

Les deux autres questions reçoivent elles aussi des réponses dans cette lettre, mais elles sont quelque peu différées. C'est seulement une fois que le résultat principal a été établi que Descartes fait une remarque, comme en passant, « j'ajouterais aussi que les proportions que j'ai tantôt déterminées ne sont pas justes à cause que l'action de la pesanteur diminue à mesure que les corps se meuvent plus vite et aussi à cause que l'air leur résiste davantage. Mais je crois que la différence que cela peut causer en la descente de l'eau dans un tuyau de quatre ou cinq pieds, n'est guère sensible. » (p. 623)

Passage remarquable qui ne signale pas seulement une modification des concepts physiques (vitesse, *extensio*, espace parcouru) utilisés, mais bien davantage une vision différente du savoir qui peut résulter de l'étude de la chute des graves. Bien entendu, la doctrine générale (avec la gravité variable et l'impossibilité du vide) n'est pas récusée mais elle ne constitue pas un obstacle à la connaissance d'une application particulière du phénomène général. La 'simplification' opérée par non prise en considération de ces deux traits essentiels des conditions de chute des graves, ne nous condamne pas à la connaissance d'une fiction, d'un 'fait impossible et faux'. Ces deux raisons ne sont donc plus des interdits à la découverte des proportions du mouvement de chute. La détermination, la simplification réalisée permet de résoudre une question particulière du monde réel, même si c'est avec un certain degré d'incertitude ou d'imprécision ; mais, d'une part, cet écart part rapport à la vérité phénoménale n'est « guère sensible » et d'autre part (ce qui est plus important), cette attitude, cette façon de viser un phénomène rapproche Descartes de la manière galiléenne, au moins quant aux procédures, et non pas pour ce qui concerne la place générale de ce résultat dans le corps d'une physique qui en exclut la généralisation.

Ceci étant posé, on peut examiner la démonstration cartésienne (p.619 ; l.19 - p.620 ; l.18). La structure en est tout à fait claire puisqu'elle comporte un principe de départ, l'exposé de la loi du mouvement déduite et une figure qui soutient l'argumentation. *La vitesse augmente presque en même raison que sont les temps*. Tel est donc le principe en question. Nous ne savons pas ce qui le fonde, et ignorons la genèse de son adoption par Descartes. Nous ne pouvons que souligner qu'il est bien celui-là même qui est à l'œuvre dans les *Discorsi* et en tirer argument en faveur d'une profonde et décisive influence de ceux-ci sur l'auteur des *Principes*.

La loi du mouvement en découle : *d'où il suit que le chemin est presque en raison double du temps*. Descartes a bien rejoint - sur ce point particulier mais central de la nouvelle physique - le solitaire d'Arcetri.

La démonstration « s'explique aisément par le triangle ABC ». ce triangle ressemble, bien sûr, aux triangles des textes de 1619, 1620 et 1629 ; toutefois, plusieurs modifications conceptuelles en transforment radicalement la lecture. Le temps et les vitesses ayant été fixés comme on l'a vu, les surfaces correspondantes (du premier triangle ADE puis du trapèze DECB) donnent directement les chemins parcourus ; les agrégats des vitesses ponctuelles (des indivisibles en ligne) expriment immédiatement les espaces parcourus. Nous sommes encore ici en présence d'un *acquis galiléen*. Il ne reste qu'à 'lire' la figure pour constater que l'espace parcouru dans la seconde minute est triple de celui qui correspond à la première minute.

Un argument est ajouté qui a une double utilité. Descartes considère et compare deux situations de mouvement uniforme : le premier mouvement, de vitesse comme DE et de temps comme AD, soit une minute ; le second de vitesse double, comme BC et de temps double, comme AB. Alors, l'espace parcouru selon le second mouvement sera quadruple du premier. Première utilité de ce résultat : on emploie dans ce cas un schéma valide quel que soit le concept de vitesse employé (pré-classique ou non), ce qui produit un effet de continuité avec la lecture des triangles et trapèzes comme des espaces parcourus. Seconde utilité, ce résultat sera directement employé dans l'étude du jet vertical, quatre pages plus loin.

Nous pouvons laisser de côté l'argumentation cartésienne concernant le comportement de l'eau dans le tube pour en venir à un passage qui – à nouveau – concerne directement la chute des corps. On devrait plutôt écrire qu'il concerne une question de balistique : quelle est la trajectoire d'un projectile, une fois sa vitesse initiale connue. L'exposé cartésien, qui va traiter deux situations : le jet horizontal et le jet vertical, est remarquable de clarté et de simplicité.

Descartes compare deux vitesses horizontales initiales de sortie dont l'une est double de l'autre (ce rapport double des vitesses est attaché au rapport quadruple des hauteurs de remplissage, mais nous ne nous occupons pas ici de cet aspect – remarquable – du travail). Le projectile est comme une goutte d'eau. Le procédé cartésien consiste à décomposer le mouvement du projectile en une composante horizontale et une composante verticale. La composante horizontale, de B vers E détermine un mouvement uniforme et la vitesse 'double' mènera le mobile deux fois plus loin, en une minute, que celui qui a une vitesse 'simple'. Autrement dit, au bout d'une minute, alors que l'un des mobiles est 'au niveau de E', l'autre est 'au niveau de N' (fig. 1)

La composante verticale renoue avec la pesanteur puisque, dit Descartes, « mais avec cela, elle [la goutte] a aussi un autre mouvement que lui donne sa pesanteur » (p. 623, l .30). Il conclut en deux temps. D'abord, observe-t-il, cette composante est indépendante de la vitesse horizontale et la ligne HD sera donc atteinte en même temps par les deux projectiles dont on compare les trajectoires ; en fait, celles-ci, respectivement de B à C et de B à D, seront accomplies en un même temps (les refus précédents d'admettre la même durée de chute verticale pour des vitesses horizontales distinctes sont abandonnés). Une seconde remarque s'impose : en raison de la loi des espaces parcourus en raison double des temps, « les lignes BC & BD ne sont pas droites mais ont la courbure d'une parabole, ainsi que Galilée l'a fort bien remarqué ». Admirable exposition qui, une fois clairement établies les données conceptuelles du début, ne pose évidemment nulle difficulté à Descartes. Il suffit de songer à une transcription algébrique du genre suivant (en prenant x pour la distance parcourue horizontalement et y pour la distance parcourue verticalement) :

Composante horizontale $x = vt$

Composante verticale $y = kt^2$ soit, $y = cx^2$, relation qui caractérise bien une parabole.

Rendant à César ce qui lui revient, Descartes donne acte à Galilée de ce résultat. Il insère bien, à deux reprises, un *presque* légèrement restrictif, mais affirme surtout « et je ne vois rien qui puisse changer sensiblement cette proportion double du jet horizontal » (624, l.12). Ainsi, ni la résistance du milieu, ni la gravité variable ne viennent ici contrarier la connaissance que nous pouvons acquérir d'une importante question concernant ce monde visible.

Le *calcul du jet vertical* est aussi remarquable et s'obtient en considérant que le mobile est soumis à deux mouvements conjoints : le premier, uniforme, de bas en haut avec une vitesse donnée par la ligne DE (dans le cas où la vitesse est simple, c'est-à-dire où le tuyau n'est rempli qu'au quart) et un mouvement uniformément accéléré, de haut en bas, avec une vitesse qui croît proportionnellement au temps, jusqu'à la valeur donnée par DE. Bien entendu, les vitesses n'ont pas de signe (positif ou négatif) et l'axe de la trajectoire n'est pas orienté. Les déterminations des vitesses s'opposent cependant et la remontée s'arrête lorsqu'elles s'annulent, c'est-à-dire lorsque la vitesse croissante atteint la valeur DE, ce qui advient dans le temps représenté par AD. (fig. 3).

La mesure du premier de ces deux mouvements conjoints est immédiatement donnée par DEBF, soit deux pieds et la mesure du second est donnée par ADE, soit un pied. La composition de ces deux mouvements (ici une soustraction) donne donc évidemment un pied. Ce raisonnement est valable parce que Descartes a aussi admis le résultat qu'il avait nié dans des textes antérieurs, selon lequel la hauteur de remontée est la même que celle de la chute, dans un même temps. Il observe que ce pied est la hauteur maximale atteinte car « elle peut bien ne monter pas du tout si haut, pour d'autres raisons ». Ces « autres raisons », qui dans les textes précédents interdisaient la formalisation d'une loi quantitative sont ici secondaires et rationnellement écartées de la démonstration.

La comparaison des deux mouvements de vitesses initiales doubles est sans problème puisque le même raisonnement appliqué à la vitesse double donne un parcours quadruple.

Généralisant ces deux cas, Descartes ajoute qu'il serait en mesure de calculer les situations intermédiaires entre le jet vertical et le jet horizontal ainsi que d'en donner les courbes.

Dans le seconde version rajoutée (cf. Tannery sur le rajout dû à Clerselier), il démontre un résultat supplémentaire, à savoir que, dans le jet vertical, les trois quart du parcours sont parcourus dans la moitié du temps, ce qui est une conséquence de la loi galiléenne qu'il a adoptée.

Commentaire du texte XXIII

Il faut aller voir la lettre de Mersenne

Nous avons, dès le début du passage cité, deux indications importantes: d'abord une mise en valeur de l'exposé précédent sur les jets d'eau puisqu'il l'a communiqué à Mersenne et qu'il le place parmi les sujets méritant une réflexion approfondie; ce n'est donc pas un exercice marginal juste bon à satisfaire Constantin. Non seulement, le sujet est confirmé dans son importance, mais aussi la manière dont il a été traité et résolu, manière juste et convaincante puisqu'elle a emporté l'adhésion de Mersenne. Seconde indication, la thèse précédente est *bien prouvée*. On ne saurait, autrement, entendre la phrase suivante dans laquelle il affirme ne répondre sur des questions de physique, qu'il ne « tache de bien prouver ».

Mersenne a réclamé de Descartes qu'il calcule la portée horizontale d'une arme, sa portée verticale étant connue. Celui-ci répond qu'il ne peut la déterminer « exactement » sans autres *data* et que c'est sans doute une tache impossible. Le fait que l'exactitude soit hors de portée n'a pas ici le sens qu'on devait lui donner dans des textes précédents ; ce n'est pas en raison des véritables causes indéterminables quantitativement (résistance & gravité variable), mais parce qu'il manque effectivement des *data*, y compris dans un modèle du genre de celui qui a été traité dans la lettre à Huygens. Lorsqu'on sait – comme Descartes – que la composante verticale est en raison double des temps et que la composante horizontale est uniforme, on peut bien en déduire la nature parabolique de la trajectoire, mais si l'on ne connaît pas le coefficient de proportionnalité et la vitesse initiale, on ne peut effectivement pas déduire la valeur d'une portée, de la connaissance de l'autre. C'est bien au sein même du modèle *réduit* ou *simplifié* ou *strictement déterminé* que l'absence de *données* complémentaires fait son effet.

Le passage suivant est évidemment du plus haut intérêt. D'abord parce qu'en déclarant que le calcul qui doit prouver la trajectoire parabolique du jet à 45 degrés est sans grand problème « en ne supposant que les principes mis en mon écrit, sans considérer la résistance de l'air ni la diminution de la force qui cause la pesanteur », Descartes adopte une manière qui a bien des points communs avec celle qui consiste à faire abstraction de ces réalités. La détermination d'une question particulière, si elle n'autorise pas à tirer des conclusions abusives, peut donc bien mener à des quantifications qui, au total, seront identiques à celles de Galilée.

La fourmi pédagogue de Descartes subit donc deux mouvements qui se composent : un premier mouvement uniforme déterminé par la vitesse initiale v_0 et son inclination à 45 degrés et un second dû à la pesanteur (ou équivalent). Il suffit en effet de se rapporter à un repère dont les axes sont horizontaux et verticaux pour écrire que le premier mouvement est caractérisé par une équation du genre $x = v_0..cos\ 45.t$ et $y = = v_0..sin\ 45.t$ alors que le second l'est par $y = kt^2$

de ceci, on tirera sans difficulté que x et y sont liés par une relation comme :

$y = x + 2k/v_0^2.\ x^2$ qui caractérise bien une parabole[15].

[15] Note sur la fin: Roberval pourra le faire. Est-ce moquerie ou non. Il semble que non et qu'en cette année 43, Descartes tenait Roberval en haute estime mathématique; c'est l'époque de la fameuse *figure , l'une des plus belles jamais vues* (11 dec. 43, A.T. IV, p.57)

L'OBJECTION DE JOHANN LOCHER

En 1614, à Ingolstadt paraît une thèse de *Philosophie naturelle* intitulée *Disquisitiones mathematicae.* L'auteur, Johann Locher est un élève du savant jésuite Scheiner.

On y trouve un long argumentaire contre le mouvement diurne de la terre Remarque, le mouvement annuel implique le mouvement diurne (sinon pas de jour et de nuit), donc, contraposée : non MD entraîne non MA. Enjeu important et général donc. Comme le note bien Galilée dans la 3ème journée du *Dialogo* sur les deux grands systèmes du monde : « Si on donne le mouvement annuel à la terre, il faut lui assigner aussi le mouvement diurne ».

Scheiner sera un des grands ennemis de Galilée.

Cette thèse est passée presque inaperçue, seulement signalée en 1623 par l'infatigable correspondant de toute l'Europe savante dans la première moitié du XVIIe siècle, le père Marin Mersenne. Elle est sortie de l'ombre par celui-là même qu'elle combattait, Galilée. En effet, le grand Galileo se moque longuement des arguments de Johann dans le *Dialogue sur les deux grands systèmes du monde* paru à Florence en 1632. Or, c'est souvent à tort, ou sur des aspects secondaires que les piques galiléennes portent. Sur l'essentiel, il ne répond pas, comme s'il ne l'avait pas clairement vu, et c'est une chance pour lui qu'il n'ait pas bien saisi la pertinence d'une objection qu'il eut été bien en peine de réfuter. L'argument de Locher n'a pas embarrassé les coperniciens-galiléens, non pas qu'il fut faible, mais parce qu'il est resté incompris.

- ***Le dispositif de Johann Locher***

Pour mieux les combattre, Johann Locher se place *du point de vue* des coperniciens. Il entre dans leurs raisons et admet donc deux choses : la première est que la terre tourne autour de son axe ; la seconde que les corps lourds tombent à la verticale. Sur le premier point, les coperniciens s'opposent aux traditionalistes, mais sur le second, tout le monde s'accorde : la chute libre apparente est verticale, dirigée vers le centre de la terre.

A partir de là, l'auteur imagine une « expérience de pensée ». On aurait tort de rejeter ce genre de *mise en scène* des arguments ; il est fort utile et permet de tester une théorie, parfois aussi bien que certaines expériences *matérielles*. Il imagine donc une boule pesante qui tombe sur la terre, en partant de ... la lune. Il s'intéresse alors à la « trajectoire absolue » de cette boule. Pour comprendre les conclusions de Johann Locher, on peut - comme le suggère l'historien des sciences Jacques Gapaillard - se représenter les choses ainsi : « la boule en chute libre glisse le long de la verticale de son point de départ, comme une perle enfilée sur une immense aiguille à tricoter (c'est exact puisque la chute apparente est verticale) ; mais en même temps, cette ligne ou aiguille verticale est entraînée par la rotation de la terre qui tourne sur elle même ». On a alors trois situations, de la plus simple à la plus complexe :

La boule est lâchée juste à la verticale du pôle, donc dans le prolongement de l'axe de rotation de la terre. Dans ce cas, elle tombe le long de cet axe qui ne fait que tourner sur lui-même. Sa trajectoire absolue est une droite. Deuxième cas, la boule est lâchée dans le plan (ou à la verticale) de l'équateur. Elle subit alors deux mouvements : l'un le long de « l'aiguille à tricoter » et l'autre qui résulte de la rotation de cette « aiguille » qui décrit un cercle. Le résultat est une trajectoire absolue en spirale plane qui s'approche de la terre. (*fig .1*). Dans le cas général, l'axe de chute apparente (l'aiguille) a un mouvement plus étonnant ; elle décrit un cône dont l'axe est celui des pôles et dont l'angle dépend de la longitude. La trajectoire absolue est alors une belle spirale ou hélice conique plutôt complexe. (*fig.2*).

- ***Trajectoires absurdes***

Ces trajectoires sont absurdes constate alors Johann Locher qui a une bonne raison de le penser. Il s'étonne « que la balle ait en quelque sorte l'intelligence de suivre des trajectoires aussi insolites, à seule fin de se maintenir constamment et miraculeusement à la verticale du point au sol qu'il surplombait au départ ». En effet, quelles pourraient bien être des lois du mouvement, les principes de cinématique et de mécanique qui produiraient de telles hélices ? Un grand principe de simplicité (Aristote).

Reste donc à conclure : il y a, au départ du raisonnement, deux hypothèses : chute apparente verticale et rotation de la terre. Au terme d'un raisonnement rigoureux, on obtient une conclusion absurde. Il faut donc que nos hypothèses de départ soient fausses, ou au moins l'une des deux. On ne peut pas congédier la chute verticale des corps - tout le monde est d'accord sur ce point - La conclusion s'impose ; l'autre hypothèse de départ est mauvaise : la terre ne peut être en rotation.

- ***Réaction de Galilée***

Galilée va chercher à ridiculiser Locher et il y parvient en l'attaquant sur des aspects secondaires de son raisonnement : la nature uniforme du mouvement de chute ; ainsi il n'a pas considéré que le mouvement de chute est accéléré , ce qui est sans doute la plus importante découverte galiléenne. Ainsi - dit Galilée - la boule ne mettrait pas six jours à tomber sur terre, comme le croit Locher, mais 3h22'. La contre-offensive galiléenne fait fausse route car là n'est pas la force de l'argument de Locher : il réside bien dans la nature des trajectoires déduites.

Le plus curieux est que Galilée était le mieux armé de tous pour effectivement refuser les trajectoires spirales et coniques. Il avait étudié le mouvement de la pierre lâchée à partir d'une fronde, il soutenait pratiquement le principe d'inertie et savait mieux que quiconque que le mouvement de la balle était dans un plan et ne pouvait se tourner ou se « tordre » en hélice. Il aurait donc dû être atteint au plus profond par l'argument de son adversaire et contraint de mettre en cause les hypothèses de départ. Il ne l'a pas fait et affirme que « pour donner librement mon avis, dans toutes ces questions, je ne vois rien de solide contre le mouvement de la Terre » ; il ne pouvait être question pour lui de mettre en doute la rotation de la terre, ni la chute verticale.

- ***Où se cache la vérité ?***

Locher avait raison ! Les hypothèses de départ sont fausses ; l'une des deux au moins. Mais ce n'est pas celle qu'on croît. Le « faux » point de départ du raisonnement de l'habile jeune allemand, était précisément celui sur lequel « tous s'accordaient » : les corps lourds ne tombent pas exactement selon la verticale. La réfutation de l'hypothèse 2, la plus innocente sera due à Newton et Hooke qui, vers 1679 mettent en évidence une *dérive vers l'est*. Le calcul newtonien –qui devra lui aussi être profondément modifié,- donne une dérive de 3,8 mm pour une chute de 30 mètres à une latitude de 45°. C'est bien une théorie du mouvement terrestre qui va briser la déduction de Locher, mais une théorie entièrement renouvelée, bien plus complexe que celle, seulement cinématique, de Galilée, une théorie dans laquelle la dynamique du mouvement terrestre n'est pas sans effet sur les trajectoires. Les calculs « complets » seront fournis par Laplace et Gauss, au XIX°. (renvoi à Gapaillard).

De cette « petite histoire », je propose d'examiner deux leçons, une à caractère historique à propos de Galilée et l'autre, plus théorique, concernant la notion d'expérience cruciale.

Avec l'expérience de Locher, nous avons examiné une première expérience cruciale. Test de H_1. Si H_1, alors Trajectoires hélicoïdales. Or (non hélic.) donc H_1 est fausse et la terre est immobile.