

Contrôle continu de logique L1 - Semestre 1

1 Décembre 2010

Tous les documents sont autorisés.
Attention : feuille imprimée recto & verso.

1 Tautologies (3 pts)

Complétez à l'aide d'une formule bien formée de votre choix les formules incomplètes suivantes pour que la formule résultante soit tautologique :

1. $(p \rightarrow q) \rightarrow ______$
2. $______ \rightarrow (p \rightarrow q \rightarrow r)$
3. $(\neg p \rightarrow q) \rightarrow ______$
4. $______ (p \wedge q)$
5. $(p \rightarrow ______) \wedge (______ \rightarrow q)$
6. $(\neg ______ \rightarrow q) \leftrightarrow (p \rightarrow q)$

2 Traduction et validité (5 pts)

Traduisez le raisonnement¹ suivant dans le langage du calcul propositionnel et évaluez-le (faites-en la table de vérité). S'agit-il d'un raisonnement valide ?

« Si Philonous est sceptique, alors il n'a rien de pas quelque chose et il ne nie pas quelque chose. S'il a rien de quelque chose, alors il n'est pas sceptique. S'il nie quelque chose, alors il n'est pas sceptique. Philonous a rien de quelque chose. Philonous n'est donc pas sceptique. »

3 Équivalences logiques (4 pts)

En utilisant le signe ϕ comme une méta-variable (pouvant tenir lieu de n'importe quelle formule bien formée), le signe \rightarrow pour la tautologie, le signe \neg pour la contradiction et le signe \leftrightarrow pour l'équivalence logique, répondez aux questions suivantes :

1. $(\neg \rightarrow \phi) \leftrightarrow ______ ?$
2. $(\phi \leftrightarrow \neg) \leftrightarrow ______ ?$
3. $(\phi \leftrightarrow \neg) \leftrightarrow ______ ?$
4. $(\phi \leftrightarrow \neg) \leftrightarrow ______ ?$

1. Ce raisonnement est inspiré du premier des *Trois dialogues entre Hylas et Philonous* de George Berkeley.

4 Commutativité et associativité (4 pts)

1. Le connecteur « ! » est-il commutatif? Est-il associatif?
2. Le connecteur « \$ » est-il commutatif? Est-il associatif?²

Justifiez vos réponses.

5 Équivalences entre connecteurs (2 pts)

Écrire les formules suivantes en termes de \wedge et de \neg ; notez chaque étape suivie :

1. $[(p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow p)]$
2. $(p \wedge q)$
3. $[\neg p \rightarrow (q \wedge r)]$
4. $(p \wedge q) \rightarrow (p \wedge r)$

6 Métalangage (2 pts)

Expliquez brièvement la différence entre le langage-objet et le métalangage.

2. Rappel : On dit d'une opération \circ qu'elle est *commutative* dans un ensemble E quand pour tout x et pour tout y appartenant à E, $x \circ y = y \circ x$. On dit d'une opération \circ qu'elle est *associative* dans un ensemble E quand pour tout x, pour tout y et pour tout z appartenant à E : $[x \circ (y \circ z)] = [(x \circ y) \circ z]$