

# Contrôle continu de logique L1 - Semestre 1

1 Décembre 2010

Tous les documents sont autorisés.  
Attention : feuille imprimée recto & verso.

## 1 Tautologies (3 pts)

Complétez à l'aide d'une formule bien formée de votre choix les formules incomplètes suivantes pour que la formule résultante soit tautologique :

1.  $(p \rightarrow q) \rightarrow \_ \_ \_ \_ \_$
2.  $\_ \_ \_ \_ \_ \rightarrow (p \vee q \vee r)$
3.  $(\neg p \rightarrow q) \vee \_ \_ \_ \_ \_$
4.  $\_ \_ \_ \_ \_ \vee (p \wedge \neg q)$
5.  $(p \rightarrow \_ \_ \_ \_ \_ ) \wedge ( \_ \_ \_ \_ \_ \vee \neg q)$
6.  $( \_ \_ \_ \_ \_ \vee q) \leftrightarrow (p \rightarrow q)$

## 2 Traduction et validité (5 pts)

Traduisez le raisonnement <sup>1</sup> suivant dans le langage du calcul propositionnel et évaluez-le (faites-en la table de vérité). S'agit-il d'un raisonnement valide ?

« Si Philonous est sceptique, alors il n'affirme pas quelque chose et il ne nie pas quelque chose. S'il affirme quelque chose, alors il n'est pas sceptique. S'il nie quelque chose, alors il n'est pas sceptique. Philonous affirme quelque chose. Philonous n'est donc pas sceptique. »

## 3 Équivalences logiques (4 pts)

En utilisant le signe  $\phi$  comme une méta-variable (pouvant tenir lieu de n'importe quelle formule bien formée), le signe  $\top$  pour la tautologie, le signe  $\perp$  pour la contradiction et le signe  $\equiv$  pour l'équivalence logique, répondez aux questions suivantes :

1.  $(\top \rightarrow \phi) \equiv \_ \_ ?$
2.  $(\phi \leftrightarrow \top) \equiv \_ \_ ?$
3.  $(\phi \downarrow \top) \equiv \_ \_ ?$
4.  $(\phi \text{ w } \perp) \equiv \_ \_ ?$

---

1. Ce raisonnement est inspiré du premier des *Trois dialogues entre Hylas et Philonous* de George Berkeley.

## 4 Commutativité et associativité (4 pts)

1. Le connecteur «  $\rightarrow$  » est-il commutatif? Est-il associatif?
2. Le connecteur «  $\leftrightarrow$  » est-il commutatif? Est-il associatif? <sup>2</sup>

Justifiez vos réponses.

## 5 Équivalences entre connecteurs (2 pts)

Écrire les formules suivantes en termes de  $\neg$  et de  $\vee$ ; notez chaque étape suivie :

1.  $[(p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)]$
2.  $(p \wedge q)$
3.  $[\neg p \rightarrow (q \wedge r)]$
4.  $(p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q)$

## 6 Métalangage (2 pts)

Expliquez brièvement la différence entre le langage-objet et le métalangage.

---

2. Rappel : On dit d'une opération  $\odot$  qu'elle est *commutative* dans un ensemble E quand pour tout x et pour tout y appartenant à E,  $x \odot y = y \odot x$ . On dit d'une opération  $\odot$  qu'elle est *associative* dans un ensemble E quand pour tout x, pour tout y et pour tout z appartenant à E :  $[x \odot (y \odot z)] = [(x \odot y) \odot z]$