

Contrôle continu de logique L1 n°2 – Semestre 2

Mercredi 1er Avril 2015

Tous les documents sont autorisés.

Toutes les réponses doivent être rédigées, détaillées, et justifiées.

1 Vérités logiques (8 pts)

Vous déterminerez – à l'aide de la méthode des arbres de vérité – si les formules suivantes sont des vérités logiques.

1. $\neg\exists x\neg(Fx \vee Gx) \rightarrow (\exists x\neg Fx \rightarrow \exists xGx)$
2. $\neg\{[\forall xRx \vee \neg\exists x\neg Tx] \wedge \exists x\neg(Rx \vee Tx)\}$
3. $[\forall x(Mx \rightarrow \neg Px) \wedge \exists x(Sx \wedge Mx)] \rightarrow \exists x(Sx \wedge \neg Px)$
4. $(\exists xFx \wedge \exists xSx) \rightarrow \forall x(Fx \leftrightarrow Sx)$

2 Équivalence logique (4 pts)

Vous démontrerez – à l'aide de la méthode des arbres de vérité – que la formule $(\exists xPx \vee \exists xRx)$ est logiquement équivalente à la formule $\exists x(Px \vee Rx)$.

3 Consistance (8 pts)

À l'aide de la méthode des arbres de vérité, vous déterminerez si les ensembles de formules ci-dessous sont consistants (i.e. pour chaque ensemble si les formules peuvent être vraies simultanément). Si possible, vous en donnerez un modèle (et vous le prouverez en passant par le calcul des propositions).

1. $\forall x\neg Bx, \forall xCx, \exists x[(\neg Bx \rightarrow Cx) \rightarrow Bx]$.
2. $\exists x(Mx \wedge Nx), \forall x(Nx \rightarrow Ox), \exists x\neg Ox$.