Contrôle continu de logique L1 - Semestre 1

17 Novembre 2009

Tous les documents sont autorisés.
Attention : feuille imprimée recto & verso.

1 Traduction et validité

Soit le dialogue suivant[1] :

- Max : Si j'étais un contre-espion, tu serais déjà mort.
- Sigfried : Si tu étais un contre-espion, *tu* serais déjà mort.
- Max : Puisque aucun de nous deux n'est mort, il est donc *évident* que je ne suis pas un contre-espion...

Avec :
- $p \simeq$ « Max est un contre-espion. »
- $q \simeq$ « Sigfried est mort. »
- $r \simeq$ « Max est mort. »

Formalisez ce dialogue à l'aide du langage pour la logique des propositions. Est-il évident que Max n'est pas un contre-espion ? Autrement dit, son raisonnement est-il déductivement valide ? Évaluez-le.

2 Lois logiques

Avec :
- $p \simeq$ « Le temps est absolu. »
- $q \simeq$ « Il y a des événements simultanés. »

Construisez en langage ordinaire d'abord et en langage propositionnel ensuite, un *Modus Tollens* (21) et un *Modus Ponens* (20)

3 Table de vérité

Faire la table de vérité de la formule suivante ; que pouvez-vous en conclure ?

$$\sim \{[(p \Rightarrow q) \wedge (\sim p \Rightarrow r)] \Rightarrow (q \vee r)\}$$

1. Inspiré du film *Get Smart* de Peter Segal.

4 Équivalences entre connecteurs

Écrire les formules suivantes en termes de $\sim$ et $\Rightarrow$; notez chaque étape suivie.

- $(p \wedge q) \Rightarrow (\sim r \vee s)$
- $(p \Leftrightarrow q)$
- $\sim [\sim p \vee (q \wedge r)]$
- $\sim [(q \Rightarrow p) \wedge r]$

5 Formules bien formées

Étant données les règles [2] de formation des formules du langage pour la logique des propositions *et* les propriétés des connecteurs, les formules suivantes sont-elles bien formées ? Autrement dit, sont-elles acceptables dans notre langage ? Pourquoi ?

- $(p \wedge s)$
- $[p \wedge q \wedge r] \vee [p \wedge s \wedge t]$
- $[(pr \wedge q) \Rightarrow \wedge t]$
- $[(p \Rightarrow q \Rightarrow r) \wedge s]$
- $[(p \wedge (q \vee r)] \Rightarrow (t \vee s)$
- $(\sim p \vee q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q) \Leftrightarrow \sim (p \wedge \sim q)$

6 Vérifonctionnalité

Expliquez brièvement pourquoi les connecteurs de la logique des propositions peuvent être dits *vérifonctionnels*.

2. Rappel des règles :
a. Une lettre de proposition est une formule bien formée.
b. Si φ et ψ sont des formules bien formées, alors

-i.	$(\sim \varphi)$,	[non φ]
-ii.	$(\varphi \vee \psi)$,	[φ ou ψ]
-iii.	$(\varphi \Rightarrow \psi)$,	[si φ, alors ψ]
-iv.	$(\varphi \Leftrightarrow \psi)$,	[φ si et seulement si ψ]
-v.	$(\varphi \wedge \psi)$.	[φ et ψ]

sont des formules bien formées.
c. Il n'y a pas d'autres formules bien formées que celles qui sont obtenues grâce aux deux règles *a.* et *b.* ci-dessus.