Il est à remarquer que l'opération d'analyse du langage est facilitée s'il est possible d'employer, pour la classification de ses formes, un système artificiel de symboles dont la structure est connue. L'exemple le mieux connu d'un tel symbolisme est le système appelé logistique qui a été employé par Russell et Whitehead dans leur *Principia Mathematica.* Mais il n'est pas nécessaire que le langage dans lequel l'analyse est faite soit différent du langage analysé. S'il en était ainsi nous serions obligés de supposer, comme Russell le suggérait, « que chaque langage a une structure concernant laquelle, *dans ce langage* rien ne peut être dit, mais qu'il peut y avoir un autre langage traitant de la structure du premier langage, et ayant lui-même une autre structure et qu'à cette hiérarchie de langages, il ne saurait y avoir de limite » (1). Ceci a été écrit probablement dans la croyance qu'une tentative de se référer à la structure du langage dans le langage lui-même conduirait à des paradoxes logiques (2). Mar Carnap, en réalisant cette analyse, a ultérieurement montré qu'un langage peut sans contradiction être employé dans l'analyse de lui-même (3).

agent libre » entraîne « A est moralement responsable de ses actions » alors que « les actions de A sont non causées » entraîne « A n'est pas moralement responsable de ses actions ».

(1) Introduction au *Tractatus Logico-philosophicus* de Wittgenstein, p. 23.

(2) Concernant les paradoxes logiques, voir Russell et Whitehead, *Principia Mathematica*, Introduction, ch. II ; F. P. Ramsey, *Foundations of Mathematics*, pp. 1-63, et Lewis and Langford, *Symbolic Logic* (Logique symbolique), ch. XIII.

(3) Voir *Logische Syntax der Sprache*, part. I et II.

Chapitre IV

L'« A PRIORI »

Le point de vue philosophique que nous avons adopté, peut, je pense, être proprement décrit comme une forme de l'empirisme. Car il est caractéristique de l'empirisme de rejeter la métaphysique, pour la raison que, chaque proposition factuelle doit se référer à l'expérience des sens. Et même si la conception de la philosophie comme une activité d'analyse n'est pas découverte dans les théories traditionnelles des empiristes, nous avons vu qu'elle est implicite dans leur pratique. En même temps, il doit être rendu clair que, en nous appelant empiristes, nous ne proposons pas une croyance dans l'une quelconque des doctrines psychologiques, qui sont communément associées avec l'empirisme. Car même si ces doctrines étaient valides, leur validité serait indépendante de la validité d'une thèse philosophique quelconque. Elle pourrait être établie seulement par l'observation et non par les considérations purement logiques sur lesquelles notre empirisme repose.

Ayant admis que nous sommes empiristes, nous devons maintenant traiter de l'objection qui est communément adressée à toutes les formes de l'empirisme ; à savoir l'objection qu'il est impossible aux principes empiriques de rendre compte de notre connaissance des vérités nécessaires. Car comme Hume l'a montré définitivement, aucune proposition générale, dont la validité est sujette à l'épreuve de l'expérience effective, ne peut être jamais logiquement certaine. Peu importe combien de fois elle a été vérifiée dans la pratique, il reste toujours la possibilité qu'elle sera mise en défaut dans une occasion future. Le fait qu'une loi a été vérifiée dans $n - 1$ cas n'offre aucune garantie logique qu'elle sera vérifiée la n^{me} fois aussi, si grande que nous concevions n. Et cela signifie qu'aucune proposition générale, se référant à une matière de fait, ne peut jamais être montrée nécessairement et universellement vraie. Au mieux elle peut être une hypothèse probable. Et cela, nous le verrons, s'applique non seulement aux propositions générales, mais à toutes les propositions qui ont un contenu factuel. Aucune d'elle ne peut devenir logiquement certaine. Cette conclusion, que nous élaborerons plus loin, est une qui doit être acceptée par tout empiriste conséquent. On pense souvent que cela l'induit à adopter un scepticisme complet ; mais cela n'est pas le cas. Car le fait que la validité d'une proposition ne peut être logiquement garantie, n'entraîne nullement qu'il est irrationnel pour nous d'y croire. Au contraire, ce qui est irrationnel est d'attendre une garantie, là où aucune ne peut être accordée, de demander la certitude là où seule la probabilité peut être obtenue. Nous avons déjà noté cela en nous référant à l'œuvre de Hume. Et nous rendrons la chose plus claire lorsque nous en viendrons à traiter de la probabilité, en expliquant l'usage que nous faisons des propositions empiriques. Nous montrerons qu'il n'y a rien de vicieux ou de paradoxal dans la thèse que toutes les « vérités » de

la science et du sens commun sont des hypothèses ; et conséquemment, que le fait qu'elle implique cette vue, ne constitue pas d'objection contre la thèse empiriste.

Où l'empiriste rencontre de la difficulté, c'est à propos des vérités de la logique formelle et des mathématiques. Car tandis qu'on est prêt à admettre la faillibilité d'une généralisation scientifique, les vérités des mathématiques et de la logique apparaissent à chacun comme nécessaires et certaines. Mais si l'empirisme est correct, aucune proposition, qui a un contenu factuel, ne peut être nécessaire ni certaine. Conséquemment, l'empirisme peut considérer les vérités de la logique et des mathématiques de l'une des deux manières suivantes : il doit dire, ou bien qu'elles ne sont pas des vérités nécessaires, auquel cas il doit rendre compte de l'universelle conviction qu'elles le sont ; ou bien il doit dire qu'elles n'ont aucun contenu factuel, et alors il doit expliquer comment une proposition qui est vide de tout contenu factuel peut être vraie, utile et surprenante.

Si aucune de ces attitudes ne se révèle satisfaisante, nous serons obligé de laisser la voie libre au rationalisme. Nous serons obligé d'admettre qu'il y a quelques vérités sur le monde que nous pouvons connaître indépendamment de l'expérience ; qu'il y a des propriétés que nous pouvons attribuer à tous les objets, même si nous ne pouvons concevablement observer que tous les objets les possèdent. Et nous aurons à accepter comme un fait inexplicable, mystérieux, que notre pensée a le pouvoir de nous révéler par voie d'autorité la nature des objets que nous n'avons jamais observés. Ou encore nous devons accepter l'explication kantienne, laquelle, à part les difficultés épistomologiques que nous avons déjà signalées, pousse le mystère encore plus loin.

Il est clair qu'une telle concession au rationalisme détruirait la principale argumentation de ce livre. Car l'acceptation, qu'il existe des faits dans le monde qui pourraient être connus indépendamment de l'expérience, serait incompatible avec notre thèse fondamentale qu'un énoncé ne dit rien à moins d'être vérifiable empiriquement. Et ainsi toute la force de notre attaque de la métaphysique serait détruite. Il est donc vital pour nous d'être capable de montrer que l'une ou l'autre des attitudes de l'empirisme à l'égard des propositions de logique et de mathématique est correcte. Si nous réussissions en cela, nous aurions détruit les fondements du rationalisme. Car le principe fondamental du rationalisme est que la pensée est une source indépendante de connaissance, et en outre une source de connaissance plus digne de confiance que l'expérience ; en effet, quelques rationalistes sont allés jusqu'à dire que la pensée est la seule source de connaissance. Et l'argument de cette thèse est simplement que les seules vérités nécessaires sur le monde, qui nous soient connues, sont connues à travers la pensée et non à travers l'expérience. De sorte que si nous pouvons montrer, ou bien que les vérités en question ne sont pas nécessaires, ou qu'elles ne sont pas « des vérités sur le monde », nous aurons ôté le support sur lequel repose le rationalisme. Nous aurons démontré le bien-fondé de la prétention empiriste, qu'il n'y a pas de « vérités de raison » qui se réfèrent aux matières de fait.

La thèse que les vérités de logique et de mathématiques ne sont pas nécessaires ni certaines a été adoptée par Mill. Il a soutenu que ces propositions étaient des généralisations inductives basées sur un nombre extrêmement grand d'exemples. Le fait que le nombre des illustrations était si grand rendait compte, à son point de vue, de notre croyance que ces généralisations sont nécessairement et universellement vraies. Le témoignage en leur faveur était si évident qu'il nous semblait incroyable qu'un exemple

contraire puisse se produire. Cependant, il est possible, en principe, pour de telles généralisations d'être démenties. Elles sont hautement probables, mais étant des généralisations inductives, elles ne sont pas certaines. La différence entre elles et les hypothèses des sciences de la nature est, non de nature, mais de degré. L'expérience nous a donné de très bonnes raisons de supposer qu'une « vérité » de mathématique ou de logique était vraie universellement, mais nous ne sommes pas en possession d'une garantie. Car ces « vérités » sont seulement des hypothèses empiriques qui ont particulièrement bien fonctionné dans le passé, et, comme toutes les hypothèses empiriques, elles sont théoriquement faillibles.

Je ne pense pas que cette solution de la difficulté de l'empirisme au regard des propositions de la logique et des mathématiques, soit acceptable. En la discutant, il est nécessaire de faire une distinction qui est peut-être déjà contenue dans le fameux passage de Kant, où il dit que, quoiqu'il n'y ait aucun doute que toutes nos connaissances commencent avec l'expérience, il ne suit pas qu'elles soient toutes issues de l'expérience (1). Lorsque nous disons que les vérités de logique sont connues indépendamment de l'expérience, nous ne disons pas, bien sûr, qu'elles sont innées, dans le sens que nous sommes nés les connaissant. Il est évident que les mathématiques et la logique doivent être apprises de la même manière que la chimie ou l'histoire doivent être apprises. Et nous ne nions pas davantage que la première personne à découvrir une vérité donnée de logique ou de mathématique y ait été conduite par une procédure inductive. Il est très probable, par exemple, que le principe du syllogisme a été formulé, non avant, mais après que la validité du raisonnement syllogistique avait été observée dans un

(1) *Critique de la Raison pure*, 2e éd., Introduction, sect. *i*,

nombre de cas particuliers. Ce que nous discutons cependant, lorsque nous disons que les vérités logiques et mathématiques sont connues indépendamment de l'expérience, n'est pas une question historique concernant la manière dont ces vérités furent originellement découvertes, ni une question psychologique concernant la manière dont chacun de nous se trouve les avoir apprises, mais une question épistémologique. Celle de Mill que nous rejetons, est que les propositions de logique et de mathématique ont le même statut que les hypothèses empiriques, que leur validité est déterminée de la même manière. Nous maintenons qu'elles sont indépendantes de l'expérience, dans le sens qu'elles ne doivent pas leur validité à la vérification empirique. Il peut nous arriver de les découvrir par une procédure inductive, mais une fois que nous les avons appréhendées nous voyons qu'elles sont nécessairement vraies, qu'elles s'avèrent bonnes pour n'importe quel exemple concevable. Et cela sert à les distinguer des généralisations empiriques. Car nous savons qu'une proposition dont la validité dépend de l'expérience ne peut être regardée comme nécessairement et universellement vraie.

En rejetant la théorie de Mill, nous sommes obligé d'être un peu dogmatique. Nous ne pouvons pas faire plus que de poser la question clairement, et ensuite d'avoir confiance que sa thèse se montrera incompatible avec les faits logiques appropriés. Les considérations suivantes peuvent servir à montrer que des deux manières de considérer la logique et les mathématiques qui sont offertes à l'empiriste, celle adoptée par Mill n'est pas celle qui est correcte.

La meilleure manière d'établir notre assertion que les vérités de logique formelle et de mathématiques pures sont nécessairement vraies est d'examiner les cas, dans lesquels elles peuvent être démenties. Il peut arriver aisément, par exemple, que lorsque je viens de compter ce que j'avais pris pour cinq paires d'objets, je trouve que cela ne faisait que neuf. Et si je désirais induire en erreur, je pourrais dire que pour cette fois deux fois cinq ne font pas dix. Mais dans ce cas je n'userais pas du signe complexe « $2 \times 5 = 10$ » de la manière ordinaire. Je le prendrais non pour l'expression d'une proposition purement mathématique, mais pour l'expression d'une généralisation empirique, voulant dire que chaque fois que j'ai compté ce qui me paraissait être cinq paires d'objets, j'ai découvert que cela faisait le nombre dix. Cette généralisation peut très bien être fausse. Mais si elle se trouvait être fausse dans un cas donné, on ne dirait pas que la proposition mathématique « $2 \times 5 = 10$ » a été démentie. On dira que je m'étais trompé en supposant qu'il y avait eu 5 paires d'objets au départ, ou qu'un des objets avait été subtilisé pendant que je comptais, ou que deux des objets se sont fondus dans un seul, ou que j'avais compté faussement. On adopterait comme explication l'hypothèse empirique qui convient le mieux aux faits considérés. La seule explication qui ne sera retenue en aucune circonstance, est que dix n'est pas toujours le produit de deux par cinq (*a*).

Pour prendre un autre exemple : si ce qui semble être un triangle euclidien, se trouve, étant mesuré, avoir des angles qui ne totalisent pas 180 degrés, nous ne disons pas que nous avons rencontré un exemple qui invalide la proposition mathématique, que la somme des trois angles d'un triangle euclidien est de 180 degrés. Nous disons que nous avons mesuré faussement, ou plus probablement, que le triangle que nous avons mesuré n'est pas euclidien. Et cela

(*a*) L'auteur veut dire que $(1 + 1)$ ne peut pas ne pas faire 2 pour la simple raison que 2 est la définition même de $1 + 1$ et ainsi 10 étant par définition même égal à 5×2, il est impossible logiquement que 10 ne soit pas égal à 2×5.

est notre manière de procéder chaque fois qu'une vérité mathématique pourrait sembler être démentie. Nous préservons sa validité en adoptant quelque autre explication de l'événement.

La même chose s'applique aux principes de logique formelle. Nous pouvons prendre un exemple relatif à la loi dite du tiers exclu, qui affirme qu'une proposition doit être ou vraie ou fausse ou en d'autres termes qu'il est impossible qu'une proposition et sa contradictoire ne soient ni l'une ni l'autre vraie. On pourrait supposer qu'une proposition de la forme « *x* s'est arrêté de faire *y* » constituerait en certains cas une exception à cette règle. Par exemple, si mon ami ne m'a jamais écrit, on pourrait dire à juste titre que ce n'est ni vrai ni faux qu'il se soit arrêté de m'écrire. Mais en fait, on n'acceptera pas un tel exemple comme une invalidation de la loi du tiers exclu. On pourrait remarquer que la proposition : « Mon ami s'est arrêté de m'écrire » n'est pas une proposition simple, mais la conjonction de deux propositions : « Mon ami m'écrivit dans le passé » et « Mon ami ne m'écrit pas maintenant » ; et qu'en conséquence la proposition « Mon ami n'a pas cessé de m'écrire » n'est pas, comme cela semble être, contradictoire avec « Mon ami s'est arrêté de m'écrire », mais lui est seulement contraire. Car elle signifie « Mon ami m'écrivit dans le passé, et il m'écrit encore. » Lorsque par conséquent nous disons qu'une proposition telle que : « Mon ami s'est arrêté de m'écrire » est quelquefois ni vraie ni fausse, nous parlons inexactement. Car nous semblons dire que ni elle ni sa contradictoire ne sont vraies. Alors que nous voulons dire, ou voudrions dire, que ni elle ni sa contradictoire apparente n'est vraie. Et son apparente contradictoire n'est seulement que son contraire. Ainsi nous préservons la loi du tiers exclu en montrant que le fait de nier une

proposition ne produit pas la contradictoire de la proposition originellement exprimée.

Il n'est pas besoin de donner plus d'exemples. Quelque exemple que nous prenions soin de prendre, nous trouverons toujours que les situations dans lesquelles un principe logique ou mathématique pourrait sembler être en défaut, sont expliquées de telle façon que le principe demeure sauf. Les principes de logique et de mathématiques sont vrais universellement ,simplement parce que nous ne leur permettons jamais d'être autre chose. Et la raison de cela est que nous ne pouvons pas les abandonner sans nous contredire nous-mêmes, sans pécher contre les règles qui gouvernent l'usage du langage, et aussi sans rendre nos énonciations contradictoires. En d'autres termes, les vérités de logique et de mathématiques sont des propositions analytiques ou des tautologies. En disant cela nous formulons une proposition qui sera considérée comme extrêmement sujette à controverse, et nous devons maintenant éclaircir ses implications.

La définition la plus familière d'une proposition ou d'un jugement analytique comme il l'appelait, est celle donnée par Kant. Il dit (1) qu'un jugement analytique est un jugement où le prédicat B appartient au sujet A comme quelque chose contenu implicitement dans le concept de A. Il opposait le jugement analytique au jugement synthétique, dans lequel le prédicat B se trouve en dehors du sujet A, quoiqu'il soit en connexion avec lui. Les jugements analytiques, explique-t-il, « n'ajoutent rien par le prédicat au concept du sujet, mais simplement le décomposent en ses concepts constituants, qui ont été constamment pensés en lui, quoique confusément ». Les jugements synthétiques, d'autre part, « ajoutent au concept du sujet un prédicat, qui d'aucune manière n'était pensé

(1) *Critique de la Raison pure*, 2e éd., Introduction, sect. IV et V.

en lui, et qu'aucune analyse ne peut extraire de lui ». Kant donne « tous les corps sont étendus » comme exemple d'un jugement analytique, pour la raison que le prédicat peut être extrait du concept de « corps », « conformément au principe de non contradiction » ; comme exemple de jugement synthétique, il donne « tous les corps sont lourds ». Il se réfère aussi au « 7 +5 = 12 » comme à un jugement synthétique, pour la raison que le concept de douze n'est en aucune façon déjà pensé, en pensant l'union de sept et cinq. Et il semble regarder cela comme revenant à dire que le jugement ne repose pas sur le principe de contradiction seul. Il soutient aussi que par les jugements analytiques notre connaissance n'est pas étendue, comme elle l'est par les jugements synthétiques. Car dans les jugements analytiques « le concept que j'ai déjà est seulement développé et rendu intelligible à moi ».

Je pense que c'est un résumé fidèle de la distinction kantienne des propositions analytiques et synthétiques, mais je ne pense pas que cela ait rendu la distinction claire. Car même si nous passons sur les difficultés soulevées par l'usage du terme vague « concept » et sur l'affirmation, sans fondement, que chaque jugement comme chaque énoncé allemand ou anglais peut être dit avoir un sujet et un prédicat, il reste encore ce défaut crucial. Kant ne donne pas un critérium non équivoque pour distinguer entre les propositions analytiques et synthétiques, il donne deux critères distincts, qui ne sont en aucune manière équivalents. Ainsi l'argument en faveur de l'affirmation que la proposition « 7 + 5 = 12 » est synthétique est, comme nous l'avons vu, que la compréhension subjective de «7 + 5 » ne contient pas la compréhension subjective de « 12 » alors que l'argument en faveur de l'affirmation que « tous les corps sont étendus », est une proposition analytique, est qu'elle

repose sur le principe de non contradiction seul. C'est-à-dire qu'il emploie un critérium psychologique dans le premier de ces exemples, et un critérium logique dans le second, et qu'il tient leur équivalence pour acquise. Mais en fait, une proposition qui est synthétique d'après le premier critérium peut très bien être analytique d'après le dernier. Car comme nous l'avons déjà signalé, il est possible que des symboles soient synonymes, sans avoir la même signification compréhensive pour chacun. Et en conséquence du fait que quelqu'un peut penser la somme de sept et de cinq, sans nécessairement penser douze, il ne s'ensuit d'aucune manière que la proposition « 7 + 5 = 12 » peut être niée sans contradiction. Du reste de son argumentation, il résulte clairement que c'est la proposition logique et non une proposition psychologique que Kant est réellement désireux d'établir. Son emploi du critérium psychologique le conduit à penser qu'il l'a établie, alors qu'il ne l'a pas fait.

Je pense que nous pouvons préserver le contenu logique de la distinction kantienne des propositions analytiques et synthétiques, en évitant les confusions qui déparent les explications qu'il en donne, si nous disons qu'une proposition est analytique lorsque sa validité dépend seulement de la définition des symboles qu'elle contient, et synthétique lorsque sa validité est déterminée par les faits de l'expérience. Ainsi la proposition : « Il y a des fourmis qui ont établi un système d'esclavage » est une proposition synthétique. Car nous ne pouvons pas dire si elle est vraie ou fausse en considérant simplement les définitions des symboles qui la constituent. Nous avons à recourir à l'observation actuelle du comportement des fourmis. D'autre part, la proposition « ou bien quelques fourmis sont parasites ou bien aucunes fourmis ne le sont » est une proposition analytique. Car on n'a pas besoin de recourir à l'observation pour découvrir qu'il y a ou qu'il n'y a pas de fourmis qui sont parasites. Si l'on sait quelle est la fonction des mots « ou bien », « ou » et « non », alors on peut voir que toute proposition de la forme « ou bien *p* est vrai ou bien *p* n'est pas vrai » est valide, indépendamment de l'expérience. En conséquence, de telles propositions sont toutes analytiques.

Il est à noter que la proposition « ou bien quelques fourmis sont parasites ou aucunes ne le sont » ne nous fournit aucune sorte d'information sur le comportement des fourmis ou en vérité sur quelque nature de fait que ce soit. Et cela s'applique à toutes les propositions analytiques. Aucune d'elles ne nous fournit aucune information sur quelque matière de fait que ce soit. En d'autres termes, elles sont entièrement dépourvues de contenu factuel. Et c'est pour cette raison qu'aucune expérience ne peut les mettre en défaut.

Quand nous disons que les propositions analytiques sont dépourvues de contenu factuel, et conséquemment, qu'elles ne disent rien, nous ne suggérons pas qu'elles sont dépourvues de sens. Car quoique elles ne nous apportent aucune information au sujet d'une situation empirique quelconque, elles nous éclairent beaucoup en illustrant la manière dont nous employons certains symboles. Ainsi, si je dis : « Rien ne peut être coloré de différentes manières, en même temps et par rapport à la même partie de soi », je ne dis rien sur les propriétés de quelque chose de réel, mais je n'exprime pas un non-sens. J'exprime une proposition analytique, qui rappelle notre détermination d'appeler une étendue colorée qui diffère en qualité d'une étendue colorée voisine, une partie différente d'un objet donné. En d'autres termes, j'appelle seulement l'attention sur les implications d'un certain usage linguistique. De la même manière en disant que si tous les Bretons sont des Français, et que tous

les Français sont des Européens, alors tous les Bretons sont des Européens, je ne décris aucune matière de fait. Mais je montre que dans les énoncés « tous les Bretons sont Français et tous les Français Européens », l'énoncé qui vient ensuite : « Tous les Bretons sont Européens » est implicitement contenu. Et j'indique la convention qui gouverne notre usage des mots « si » et « tous ».

Nous voyons alors qu'il y a un sens dans lequel les propositions analytiques nous apportent une nouvelle connaissance. Elles attirent notre attention sur des usages linguistiques, dont nous pourrions, sans cela, rester inconscients, et elles révèlent des implications insoupçonnées dans nos assertions et croyances. Mais nous pouvons voir aussi qu'il y a un sens dans lequel on peut dire qu'elles n'ajoutent rien à notre connaissance. Car elles nous disent seulement ce que, pour ainsi dire, nous savons déjà. Ainsi si je sais que l'existence de la reine du 1[er] mai est une survivance d'un culte des arbres, et que je découvre que la reine de mai existe encore en Angleterre, je peux employer la tautologie « si *p* implique *q* et que *p* est vrai, *q* est vrai », pour montrer qu'il existe encore une survivance du culte des arbres en Angleterre. Mais en disant qu'il y a encore une reine de mai en Angleterre et que l'existence de la reine de mai est une survivance du culte des arbres, j'ai déjà affirmé l'existence en Angleterre d'une survivance du culte des arbres. L'usage de la tautologie me rend capable, en effet, d'expliciter cette assertion cachée. Mais elle ne me fournit aucune nouvelle connaissance, dans le sens où le témoignage empirique que l'élection des reines de Mai a été interdite par la loi, me fournirait une nouvelle connaissance. Si l'on exposait toutes les informations que l'on posséderait, relativement aux matières de fait on n'écrirait pas une seule proposition analytique. Mais on ferait usage de propositions analytiques en établissant un inventaire encyclopédique et l'on serait amené ainsi à inclure des propositions qu'on aurait, autrement, laissé échapper. Et, outre qu'elle nous rend capable de compléter la liste de notre information, la formulation des propositions analytiques, nous rendrait capable de nous assurer que les propositions synthétiques, dont la liste a été faite, forment un système cohérent. En montrant quels genres de combinaison des propositions aboutissent à des contradictions, elles permettraient d'exclure les propositions incompatibles et d'éviter l'incohérence. Mais dans la mesure où nous avons effectivement employé des mots comme « tous », et « ou » et « ne pas » sans tomber dans la contradiction, on pourrait dire que nous savons déjà ce qui a été révélé par la formulation des propositions analytiques illustrant les règles qui gouvernent notre usage de ces particules logiques. En sorte qu'ici aussi nous sommes justifiés à dire que les propositions analytiques n'augmentent pas notre connaissance.

Le caractère analytique des vérités de logique formelle a été obscurci dans la logique traditionnelle, parce que celle-ci a été insuffisamment formalisée. Car en parlant toujours de jugements au lieu de propositions, et en introduisant des questions psychologiques étrangères à la logique, la logique traditionnelle donna l'impression de traiter, de quelque manière spécialement intime, du fonctionnement de la pensée. Ce qui est visé en réalité est la relation formelle des classes, comme cela est montré par le fait que tous ses principes d'inférence sont repris dans le calcul de classe de Boole qui est lui-même subsumé à son tour par le calcul propositionnel de Russell et de Whitehead (1). Leur système exposé dans *Principia*

(1) Vide Karl MENGER, « Die Neue Logik », *Krise und Neuaufbau in den Exacten Wissenschaften* (La nouvelle logique.

Mathematica, montre clairement que la logique formelle ne traite pas des propriétés de l'esprit de l'homme, beaucoup moins des propriétés des objets matériels, mais simplement de la possibilité de combiner des propositions au moyen de particules logiques, pour obtenir des propositions analytiques, et de l'étude des relations formelles de ces propositions analytiques, en vertu desquelles l'une est déductible de l'autre. Leur procédure consiste à exposer les propositions de la logique formelle comme système déductif basé sur cinq propositions primitives, réduites ensuite, en nombre, à une seule. De cette manière la distinction entre les vérités logiques et les principes d'inférence, qui était maintenu dans la logique aristotélicienne disparaît comme elle le doit. Chaque principe d'inférence est posé comme vérité logique, et chaque vérité logique peut servir comme principe d'inférence. Les trois « lois de la pensée » d'Aristote, la loi d'identité, la loi de tiers exclu, et la loi de non contradiction, sont incorporées dans le système mais ne sont pas considérées comme plus importantes que les autres propositions analytiques. Elles ne sont pas reconnues parmi les prémisses du système. Et le système de Russell et de Whitehead, lui-même, est probablement un parmi plusieurs logiques possibles, dont chacune est composée de tautologies aussi intéressantes pour le logicien que les « lois de la pensée » arbitrairement choisies d'Aristote (1).

Un point qui n'a pas été suffisamment mis en évidence par Russell, si même il a jamais été reconnu par lui, est que chaque proposition logique est valide par elle-même. Sa validité ne dépend pas du fait d'être

Crise et reconstruction dans les sciences exactes), pp. 94-96, et LEWIS et LANGFORD, *Symbolic Logic* (La logique symbolique), ch. V.

(1) Vide LEWIS et LANGFORD, *Symbolic Logic*, ch. VII, pour une élaboration de ce point.

incorporée dans un système, et déduite d'un certain nombre de propositions qui sont considérées comme évidentes. La construction de systèmes de logique est utile comme moyen de découvrir et de confirmer des propositions analytiques, mais elle n'est pas en principe essentielle, même pour ce but. Car il est possible de concevoir un symbolisme dans lequel chaque proposition analytique pourrait être vue comme analytique en vertu de sa forme seule.

Le fait que la validité d'une proposition analytique ne dépend en aucune façon du fait qu'elle est déductible d'autres propositions analytiques, est notre justification pour écarter la question de savoir, si les propositions des mathématiques sont réductibles à des propositions de logique formelle, dans le sens où l'admettait Russell (1). Car même s'il est vrai que la définition d'un nombre cardinal comme une classe de classes semblables à une classe donnée est circulaire, et qu'il n'est pas possible de réduire les notions mathématiques à des notions purement logiques, il demeurera vrai que les propositions mathématiques sont des propositions analytiques. Elles formeront une classe spéciale de propositions analytiques contenant des termes spéciaux, mais elles n'en seront pas moins des propositions analytiques. Car le critérium d'une proposition analytique est que sa validité résulte simplement de la définition des termes qu'elle contient, et cette condition est remplie par les propositions des mathématiques pures.

Les propositions mathématiques que l'on pourrait d'une manière excusable considérer comme synthétiques sont les propositions de géométrie. Car il est naturel de penser, comme Kant, que la géométrie est l'étude des propriétés de l'espace physique, et conséquemment, que ses propositions ont un contenu factuel. Et si nous croyons cela, et reconnaissons aussi que les vérités de la géométrie sont nécessaires et certaines, alors nous pouvons être inclinés à accepter l'hypothèse kantienne que l'espace est la forme de l'intuition de notre sens externe, une forme imposée par nous à la matière de la sensation, comme la seule explication possible de notre connaissance *a priori* de ces propositions synthétiques. Mais tandis que la thèse, que la géométrie pure traite de l'espace physique, était assez plausible à l'époque de Kant, lorsque la géométrie d'Euclide était la seule géométrie connue, l'invention ultérieure des géométries non euclidiennes a montré qu'elle était mal fondée. Nous voyons maintenant que les axiomes d'une géométrie sont simplement des définitions, et que les théorèmes d'une géométrie sont simplement les conséquences logiques de ces définitions (1). Une géométrie ne traite pas en elle-même de l'espace physique, en elle-même elle ne peut pas être dite traiter « de » quoi que ce soit. Mais nous pouvons employer une géométrie pour raisonner sur l'espace physique. Cela veut dire que, une fois que nous avons donné aux axiomes une interprétation physique, nous pouvons procéder à l'application des théorèmes aux objets qui satisfont aux axiomes. Pour savoir si une géométrie peut être appliquée au monde physique actuel ou non, est une question empirique qui sort de l'objectif de la géométrie elle-même. Il n'y a aucun sens, par conséquent, à demander lesquelles des différentes géométries connues de nous, sont fausses et lesquelles sont vraies. Dans la mesure où elles sont toutes exemptes de contradiction, elles sont toutes vraies. Ce qu'on peut demander, c'est laquelle d'entre elles est la plus utile dans un cas donné, laquelle d'entre elles peut être appliquée le plus aisé-

(1) Vide *Introduction to Mathematical Philosophy* (Introduction à la philosophie mathématique), chap. II.

(1) Cf. H. Poincaré, *La science et l'hypothèse*, part. II, ch. III.

ment et avec le plus de fruits, à une situation empirique donnée. Mais la proposition qui établit qu'une certaine application d'une géométrie est possible n'est pas elle-même une proposition de cette géométrie. Tout ce que la géométrie elle-même nous dit est que, si quelque chose peut être rattaché aux définitions, il satisfera aussi aux théorèmes. C'est par conséquent un système purement logique, et ses propositions sont des propositions purement analytiques.

Il peut être objecté que l'usage des figures dans les traités de géométrie montre que le raisonnement géométrique n'est pas purement abstrait et logique, mais dépend de notre intuition des propriétés des figures. En fait, cependant, l'usage des figures n'est pas essentiel à une géométrie complètement rigoureuse. Les figures sont introduites comme une aide pour notre raison. Elles nous offrent une application particulière de la géométrie et nous aident ainsi à percevoir la vérité plus générale que les axiomes de la géométrie impliquent certaines conséquences. Mais le fait que la plupart d'entre nous ont besoin de l'aide d'un exemple, pour nous rendre conscients de ces conséquences, ne montre pas que la relation entre elles et les axiomes n'est pas une relation purement logique. Il montre seulement que notre intellect n'est pas à la hauteur de la tâche de réaliser des opérations très abstraites de raisonnement, sans l'aide de l'intuition. En d'autres termes, il n'a aucun rapport avec la nature des propositions géométriques, mais constitue simplement un fait empirique concernant nous-mêmes. En outre, l'appel à l'intuition, quoique généralement de valeur psychologique, est aussi une source de danger pour le géomètre. Il est tenté de faire des affirmations qui sont accidentellement vraies de la figure particulière qu'il a prise comme illustration, mais ne résultent pas de ses axiomes. Il a été en effet montré qu'Euclide lui-même fut coupable de cela, et

conséquemment, que la présence de la figure est essentielle à quelques-unes de ses preuves (1). Cela montre que son système n'est pas, comme il le présente, complètement rigoureux, quoique, il puisse bien sûr, être rendu tel. Cela ne montre pas que la présence de la figure est essentielle à une preuve géométrique vraiment rigoureuse. A supposer le contraire, serait considérer comme un trait nécessaire de toutes les géométries, ce qui est en réalité seulement un défaut accidentel dans un système particulier de géométrie.

Nous concluons que les propositions de pure géométrie sont analytiques. Et cela nous conduit à rejeter l'hypothèse kantienne selon laquelle la géométrie concerne la forme de l'intuition de notre sens externe. L'argument en faveur de cette hypothèse était qu'elle seule expliquait comment les propositions de la géométrie pouvaient en même temps être vraies *a priori* et synthétiques : et nous avons vu qu'elles n'étaient pas synthétiques. De la même manière notre idée que les propositions de l'arithmétique ne sont pas synthétiques mais analytiques nous amène à rejeter l'hypothèse kantienne (2) selon laquelle l'arithmétique concerne notre pure intuition du temps, la forme de notre sens intime. Et ainsi nous pouvons rejeter l'esthétique transcendentale sans avoir à exposer les difficultés épistémologiques qui lui sont inhérentes, de l'avis commun. Car le seul argument qui peut être apporté en faveur de la théorie kantienne est qu'elle seule explique certains « faits ». Et maintenant nous avons trouvé que les « faits » qu'elle se propose d'expliquer ne sont pas des faits du tout. Car s'il est vrai que nous avons une connaissance *a priori* des propositions

(1) Cf. M. Black, *The Nature of Mathematics* (La nature des mathématiques), p. 154.

(2) Cette hypothèse n'est pas mentionnée dans la *Critique de la Raison pure*, mais avait été soutenue par Kant à une date antérieure.

nécessaires, il n'est pas vrai, comme Kant le supposait, qu'aucune de ces propositions nécessaires soit synthétique. Elles sont sans exception des propositions analytiques, ou en d'autres termes, des tautologies.

Nous avons déjà expliqué comment il se fait que ces propositions analytiques sont nécessaires et certaines. Nous avons vu que la raison pour laquelle elles ne peuvent pas être démenties par l'expérience est, qu'elles ne font aucune assertion au sujet du monde empirique. Elles rappellent simplement notre détermination d'user des mots d'une certaine manière. Nous ne pouvons pas les refuser sans enfreindre les conventions qui sont présupposées par notre refus, et sans tomber ainsi dans la contradiction. Et ceci est le seul fondement de leur nécessité. Comme Wittgenstein le dit, notre justification pour affirmer que le monde ne pourrait pas d'une manière concevable désobéir aux lois de la logique, est simplement que nous ne pouvons pas dire d'un monde illogique comment il se présenterait (1). Et exactement comme la validité d'une proposition analytique est indépendante de la nature du monde extérieur, elle est indépendante de la nature de notre esprit. Il est parfaitement concevable que nous ayons employé des conventions linguistiques différentes de celles que nous employons actuellement. Mais quelles que puissent être ces conventions, les tautologies dans lesquelles nous les avons consignées seraient toujours nécessaires. Car leur rejet serait toujours une contradiction.

Nous voyons donc qu'il n'y a rien de mystérieux dans la certitude apodictique de la logique et des mathématiques. Notre connaissance qu'aucune observation ne peut mettre en défaut la proposition « $7 + 5 = 12$ » dépend simplement du fait que l'expression symbolique « $7 + 5$ » est synonyme de « 12 » juste comme

(1) *Tractatus logico-philosophicus*, 3.031.

notre connaissance que chaque oculiste est un médecin des yeux dépend du fait que le symbole « médecin des yeux » est synonyme d'« oculiste ». Et la même explication vaut pour toute autre vérité *a priori*.

Ce qui est mystérieux à première vue est que ces tautologies soient quelquefois si surprenantes, qu'elles soient en mathématique et en logique l'occasion d'invention et de découverte. Comme Poincaré dit : « Si toutes les propositions que les mathématiques énoncent peuvent se tirer les unes des autres par les règles de la logique formelle, comment les mathématiques ne se réduiraient-elles pas à une immense tautologie ? Le syllogisme ne peut rien nous apprendre d'essentiellement nouveau, et si tout devait procéder du principe d'identité, tout devrait lui être réductible. Mais pouvons-nous réellement accorder que ces théorèmes qui remplissent tant de livres ne servent à rien d'autre qu'à dire d'une manière détournée « $A = A$ » ? (1). Poincaré trouve cela incroyable. Sa propre théorie est que le sens de l'invention et de la découverte en Mathématiques leur appartiennent en vertu de l'induction mathématique, le principe que ce qui est vrai pour le nombre 1, et vrai pour $n + 1$ lorsqu'il est vrai pour n, est vrai pour tous les nombres. Et il prétend que c'est là un principe synthétique *a priori*. Il est en effet *a priori*, mais il n'est pas synthéthique. Il est un principe de définition des nombres naturels, servant à les distinguer des nombres tels que les nombres cardinaux infinis auxquels il ne peut pas être appliqué (2). Nous devons nous rappeler en outre que les découvertes peuvent être faites non seulement en arithmétique mais aussi en géométrie et

(1) POINCARÉ, *La Science et l'Hypothèse*, part. I, ch. I. Le texte original de Poincaré, que nous avons rétabli, est bien conforme à la traduction de l'auteur.
(2) Cf. RUSSELL, *Introduction to Mathematical Philosophy*, ch. III, p. 27.

en logique formelle, où aucun usage n'est fait de l'induction mathématique. De sorte que même si Poincaré avait raison au sujet de l'induction mathématique, il n'aurait pas réussi à donner une explication suffisante du paradoxe qu'un pur corps de tautologie pouvait être si intéressant et si surprenant.

La vraie explication est très simple. Le pouvoir de la logique et des mathématiques de nous surprendre dépend, comme leur utilité, des limitations de notre raison. Un être dont l'intellect serait infiniment puissant ne prendrait aucun intérêt à la logique et aux mathématiques (1). Car il serait capable de voir d'un seul coup d'œil tout ce que ses définitions impliqueraient, et par conséquent ne pourrait pas apprendre par l'inférence logique quelque chose dont il n'aurait pas été pleinement conscient auparavant. Mais notre intellect n'est pas de cet ordre. C'est seulement une proportion minime des conséquences de nos définitions que nous sommes capables de détecter d'un seul coup d'œil. Même une tautologie aussi simple que « $91 \times 79 = 7\,189$ » est hors d'atteinte de notre appréhension immédiate. Pous nous assurer que « 7 189 » est synonyme de « 91×79 », nous devons recourir au calcul qui n'est qu'une procédure de transformation tautologique, c'est-à-dire une procédure par laquelle nous changeons la forme des expressions sans altérer leur signification. Les tables de multiplication sont des règles pour les transformations tautologiques de propositions exprimées dans le symbolisme logique ou dans le langage ordinaire. Comme l'opération de calcul est réalisée plus ou moins mécaniquement, il est facile de faire un faux pas et ainsi de nous contredire sans le savoir. Et cela rend compte de l'existence

(1) Cf. Hans Hahn, « Logik, Mathematik und Naturerkennen » (Logique, Mathématique et Connaissance physique), *Einheitwissenschaft*, II, p. 18 : « Un être omniscient n'a besoin ni de la logique ni des mathématiques. »

des « erreurs » logiques et mathématiques qui autrement paraîtraient paradoxales. Evidemment le risque d'erreur dans le raisonnement logique est proportionnel à la longueur et à la complexité de l'opération de calcul. De la même manière, plus une proposition analytique est complexe, plus elle a chance de nous intéresser et de nous surprendre.

Il est aisé de voir que le danger d'erreur dans le raisonnement logique peut être minimisé par l'introduction d'instruments symboliques, qui nous rendent capables d'exprimer parfaitement des tautologies complexes dans une forme convenablement simple. Et cela nous donne une occasion pour l'exercice de l'invention dans la poursuite des enquêtes logiques. Car une définition bien choisie attirera notre attention sur des vérités analytiques qui, autrement, nous auraient échappé. La construction de définitions utiles et fécondes peut bien être regardée comme un acte créateur.

Ayant ainsi montré qu'il n'y a pas de paradoxe inexplicable impliqué dans la thèse selon laquelle les vérités de logique et de mathématiques sont toutes analytiques, nous pouvons l'adopter avec assurance comme la seule explication satisfaisante de leur nécessité *a priori*. Et en l'adoptant nous défendons l'affirmation empiriste selon laquelle il n'y a pas de connaissance *a priori* de la réalité. Car nous savons que les vérités de pure raison, que les propositions que nous savons être valides indépendamment de toute expérience, ne sont telles qu'en vertu de leur manque de contenu factuel. Dire qu'une proposition est vraie *a priori*, c'est dire qu'elle est une tautologie. Et les tautologies, quoiqu'elles puissent nous servir de guide dans notre recherche empirique de la connaissance, ne contiennent en elles-mêmes aucune information au sujet d'aucune matière de fait.